

풍산자

---

유형기본서

기하

# 구성과 특징

- 1 개념과 유형이 일목요연하게 정리
- 2 유형별 문항 학습으로 실전에 강한
- 3 친절하고 명쾌한 설명으로 혼자서도 학습 가능

## 개념

- 1 수학의 기본 개념을 구조적으로 정리
- 2 개념 확립에 도움이 되는 확인 문제
- 3 학습할 개념의 바탕이 되는 이전 개념
- 4 실전 적용에 활용 가능한 내용

**1 개념 03 포물선의 평행이동**

(1) 포물선  $y^2=4px$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은  $(y-n)^2=4p(x-m)$  - 포물선의 방정식의 표준형

① 꼭짓점의 좌표:  $(m, n)$   
 ② 초점의 좌표:  $(p+m, n)$   
 ③ 준선의 방정식:  $x=-p+m$

(2) 포물선  $x^2=4py$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은  $(x-m)^2=4p(y-n)$  - 포물선의 방정식의 표준형

① 꼭짓점의 좌표:  $(m, n)$   
 ② 초점의 좌표:  $(m, p+n)$   
 ③ 준선의 방정식:  $y=-p+n$

**3** **고1 수학** 평행이동  
 방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식은  $f(x-m, y-n)=0$   
 > 포물선을 평행이동하면 포물선의 초점, 준선, 꼭짓점, 축도 동일한 평행이동에 의하여 옮겨진다.

**4** **확인 02** 다음 포물선을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식을 구하여라.  
 (1)  $y^2=2x$  (2)  $x^2=-3y$

## 대표 유형

- 1 반드시 알아할 유형을 필수유형과 발전유형으로 제시
- 2 문제 해결을 위한 핵심 전략
- 3 단계별 해결 방법 확인
- 4 풀이 과정에 적용된 개념, 원리, 방법 등을 바로 확인
- 5 연관 개념, 문제 풀이 비법, 보충 설명 등 제공

**1 필수유형 02 포물선의 평행이동**

다음 포물선의 방정식을 구하여라.  
 (1) 초점이  $F(2, -2)$ 이고 준선의 방정식이  $x=4$ 인 포물선  
 (2) 초점이  $F(5, -4)$ 이고 준선의 방정식이  $y=-6$ 인 포물선

**2** **공통 POINT**  
 꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 방정식은  $(y-n)^2=4p(x-m)$  꼴 또는  $(x-m)^2=4p(y-n)$  꼴 중 하나야. 준선이 어느 좌표축에 평행한지에 따라 포물선의 방정식을 정해 봐.

**3** **풀이** (1) STEP1 포물선의 방정식의 꼴 정하기  
 준선이  $y$ 축에 평행하므로 포물선의 방정식은  $(y-n)^2=4p(x-m)$  ( $m, n, p$ 는 상수)으로 놓을 수 있다.  
 STEP2 포물선의 방정식 완성하기

**4** **POINT** 포물선  $y^2=4px$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은  $(y-n)^2=4p(x-m)$ 이다.

**5** **공통 강의 NOTE**  
 꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 방정식 꼴은 실수  $k$ 에 대하여 다음과 같이 정할 수 있다.  
 ① 초선이 직선  $x=k$ 인 포물선  $\Rightarrow$  준선이  $y$ 축에 평행한 포물선  
 $\Rightarrow (y-n)^2=4p(x-m)$  ( $m, n, p$ 는 상수) 꼴의 포물선  
 ② 초선이 직선  $y=k$ 인 포물선  $\Rightarrow$  준선이  $x$ 축에 평행한 포물선  
 $\Rightarrow (x-m)^2=4p(y-n)$  ( $m, n, p$ 는 상수) 꼴의 포물선

## 유사/변형/실력

- 1 대표유형보다 낮은 난이도, 동일 출제 원리를 담은 문제
- 2 대표유형과 동일 난이도, 동일 출제 원리를 담은 문제
- 3 대표유형과 동일 난이도이지만 표현 방법을 바꾼 문제
- 4 대표유형과 동일 출제 원리이지만 응용개념을 담은 문제

**기출** 수능/평가원/교육청 기출문제

**1 05-1 기출**  
 오른쪽 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점  $F_1, F_2$ 와 타원 위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PF_1F_2$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

**2 05-2 기출**  
 오른쪽 그림과 같이 두 점  $F(4, 0), F'(-4, 0)$ 을 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점  $F$ 를 지나면서 기울기가  $-1$ 인 직선이 타원과 만나는 두

**3 05-4 기출**  
 오른쪽 그림과 같이 점  $F$ 를 한 초점으로 공유하고 두 점  $A, B$ 에서 만나는 두 타원  $C, C'$ 의 장축의 길이가 각각 12, 6이다. 두 타원  $C, C'$ 의 나머지 초점을 각각  $F', F''$ 이라고 할 때, 삼각형  $AF'B$ 와 삼각형  $AF''B$ 의 둘레의 길이의 차를 구하여라.

**4 05-5 기출**  
 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라고 하자. 타원 위의 점  $P$ 가  $\angle FPF' = 90^\circ$ 를 만족시킬 때, 삼각형  $FPF'$ 의

## 실전 연습

- 1 각 중단원별로 반드시 풀어야 할 문제를 수록하여 시험에 대비

**서술형** 서술형으로 출제 가능성이 높은 문항

**기출** 수능/평가원/교육청 기출문제

## 상위권 도약

- 1 각 중단원별로 상위권 실력을 완성할 수 있도록 난이도가 높은 문제를 구성

**기출** 수능/평가원/교육청 기출문제

## 정답과 풀이

- 문제를 해결하는 데 필요한 핵심 아이디어
- 답을 구하는 데 필요한 단계적 사고 과정
- 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 확장 원리, 개념, 공식
- 실전에 도움이 되는 다양한 풀이

1

### 실전 연습 문제

01

원  $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ 의 중심이 초점이고, 점  $(-3, 2)$ 를 지나면서  $y$ 축에 평행한 직선을 준선으로 하는 포물선이 점  $(3, a)$ 를 지날 때, 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1                      ② 3                      ③ 6  
④ 12                     ⑤ 24

04

초점이  $F(4, 3)$ 이고 만나는 두 점을 각각 이는?

- ① 6                      ②  
④ 10                    ⑤

1

### 상위권 도약 문제

01

포물선

$(y-n)^2 = 6(x-m)$ 의

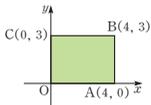
초점이 오른쪽 그림의 직

사각형 OABC의 경계 또

는 내부에 있도록 하는 자

연수  $m, n$ 에 대하여 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는?

- ① 3                      ② 4                      ③ 6  
④ 9                      ⑤ 12



03

오른쪽 그림과 같이

$y^2 = 4x$ 의 초점을 I

을 /이라 하고, 준선

과 만나는 점을 P, 점

나고 기울기가 양수

$m$ 이 포물선과 만나

를 각각 A, B라고

선  $m$ 의 방정식은  $y =$

$p+q$ 의 값을 구하여

4

①  $\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE} = 2\vec{BC} + \vec{BA}$   
②  $2\vec{BC} - \vec{AB} = 2\vec{b} - \vec{a} = -\vec{a} + 2\vec{b}$

05-2 **답 4**

해결전략 1 네 벡터  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AE}$ 를 각각 사영이 O에

벡터로 변환한다.

STEP 1  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE}$ 의 합을 구한다.

$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} = \vec{0}$ 이므로

$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE}$

$= (\vec{OB} - \vec{OA}) + (\vec{OC} - \vec{OA}) + (\vec{OD} - \vec{OA})$

$+ (\vec{OE} - \vec{OA})$

$= (\vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE}) - 4\vec{OA}$

$= (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE}) - 5\vec{OA}$

$= \vec{0} - 5\vec{OA}$

$= -5\vec{OA}$

이때  $\vec{OA}$ 를 변형하여

$= -5\vec{OA}$

정사각형의 외접원의 중심 O에서 각 꼭짓점

$A, (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 까지의 벡터의 합은  $\vec{0}$ 이다. 즉,

$\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 + \vec{OA}_3 + \dots + \vec{OA}_n + \vec{OA}_n = \vec{0}$ 이다.

2

STEP 2  $m+n$ 의 값 구하기  
따라서  $m=1, n=-4$ 이므로  
 $m+n=-3$

1

05-4 **답 2**

해결전략 1 점 D를 제외한 정사각형  $\vec{DC} = \vec{DE} + \vec{EC}$ 이므로 두

벡터  $\vec{DC}, \vec{EC}$ 를 사영이 점 A인 벡터의 덧셈 또는 뺄셈으로

나타낸다.

STEP 1 점 D를 지우고  $\vec{DC}$ 와 평행한 직선  $DE$ 를 그린다.

오른쪽 그림과 같이  $\vec{AB}$ 에

평행하고 점 D를 지나는 직

선  $DE$ 와  $\vec{BC}$ 와 만나는 점을

E라고 하면  $\square ABED$ 가 평

행사변형이므로

$\vec{AB} = \vec{DE}, \vec{AD} = \vec{BE}$

또,  $\angle DEC = \angle ABC = 60^\circ, \angle DCE = 60^\circ$ 이므로

$\triangle DEC$ 는 정삼각형이다.

$\therefore |\vec{EC}| = |\vec{DC}| = 3$

STEP 2 벡터  $\vec{DC}$ 를  $\vec{a}$ ,  $\vec{DE}$ 에 대한 식으로 나타내기

$|\vec{AD}| = 2, |\vec{EC}| = 3$ 이고 두 벡터  $\vec{AD}, \vec{EC}$ 가 평행하

므로



기하

# 차례

## I

### 이차곡선

#### 01 포물선

개념	8
유형	10
특강	24
실전 연습	26
상위권 도약	29

#### 02 타원

개념	32
유형	34
특강	48
실전 연습	50
상위권 도약	53

#### 03 쌍곡선

개념	56
유형	58
특강	70
실전 연습	72
상위권 도약	75

#### 04 이차곡선의 접선

개념	78
유형	80
실전 연습	110
상위권 도약	115

# II

## 평면벡터

### 05 벡터의 연산

개념	118
유형	120
실전 연습	140
상위권 도약	143

### 06 평면벡터의 성분과 내적

개념	146
유형	148
특강	180
실전 연습	182
상위권 도약	187

### 07 직선의 방정식과 원의 방정식

개념	190
유형	192
특강	204
실전 연습	206
상위권 도약	209

# III

## 공간도형과 공간좌표

### 08 공간도형

---

개념	212
유형	216
실전 연습	246
상위권 도약	251

### 09 공간좌표

---

개념	254
유형	256
실전 연습	278
상위권 도약	281

### 10 구의 방정식

---

개념	284
유형	286
특강	300
실전 연습	302
상위권 도약	304

---

# 01

## 포물선

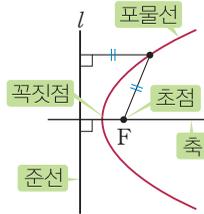
유형의 이해에 따라  안에 O, X 표시를 하고 반복하여 학습합니다.

		1st	2nd
필수유형 01	포물선의 방정식	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 02	포물선의 평행이동	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 03	포물선의 방정식의 일반형	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 04	포물선의 정의의 활용 - 포물선 위의 점이 주어질 때	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 05	포물선의 정의의 활용 - 초점을 지나는 직선이 주어질 때	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 06	포물선의 정의의 활용 - 길이의 합의 최솟값	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 07	포물선의 실생활에의 활용	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**개념01 포물선의 뜻**

평면 위의 한 점 F와 점 F를 지나지 않는 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다.

이때 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 포물선의 준선, 초점 F를 지나고 준선 l에 수직인 직선을 포물선의 축, 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



> 포물선은 축에 대하여 대칭이고, 포물선의 꼭짓점은 초점과 준선의 중간에 위치한다.

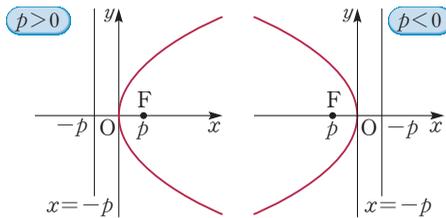
**개념+** 포물선의 정의의 활용

초점이 F인 포물선 위의 점 P에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H라고 하면 포물선의 정의에 의하여  $\overline{PF} = \overline{PH}$ 가 성립한다.

> 포물선 위의 한 점에서 포물선의 초점과 준선에 이르는 거리는 서로 같다.

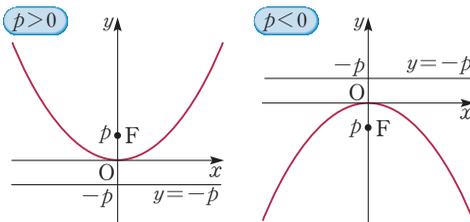
**개념02 포물선의 방정식**

(1) 초점이 F(p, 0), 준선의 방정식이  $x = -p$ 인 포물선의 방정식은  $y^2 = 4px$  (단,  $p \neq 0$ ) 이고, 꼭짓점의 좌표는 (0, 0), 축의 방정식은  $y = 0$ 이다.



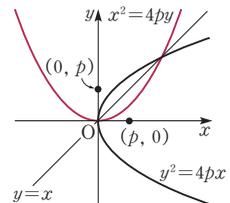
>  $y^2 = 4px$ 에서  $p > 0$ 이면 왼쪽으로 볼록한 포물선이고,  $p < 0$ 이면 오른쪽으로 볼록한 포물선이다.

(2) 초점이 F(0, p), 준선의 방정식이  $y = -p$ 인 포물선의 방정식은  $x^2 = 4py$  (단,  $p \neq 0$ ) 이고, 꼭짓점의 좌표는 (0, 0), 축의 방정식은  $x = 0$ 이다.



>  $x^2 = 4py$ 에서  $p > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이고,  $p < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

> 포물선  $x^2 = 4py$ 는 포물선  $y^2 = 4px$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 것과 같다.



**예** (1) 포물선  $y^2 = 8x$ , 즉  $y^2 = 4 \times 2 \times x$ 의 초점의 좌표는 (2, 0), 준선의 방정식은  $x = -2$ 이다.

(2) 포물선  $x^2 = y$ , 즉  $x^2 = 4 \times \frac{1}{4} \times y$ 의 초점의 좌표는  $(0, \frac{1}{4})$ , 준선의 방정식은  $y = -\frac{1}{4}$ 이다.

**확인 01** 다음 포물선의 초점 F의 좌표와 준선 l의 방정식을 구하고, 그 그래프를 그려라.

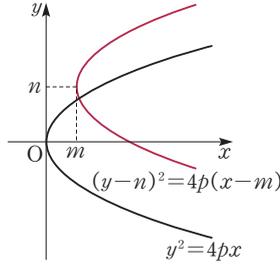
- (1)  $y^2 = x$       (2)  $y^2 = -12x$       (3)  $x^2 = 4y$       (4)  $x^2 = -\frac{1}{3}y$

**개념 03 포물선의 평행이동**

- (1) 포물선  $y^2=4px$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$(y-n)^2=4p(x-m)$  ← 포물선의 방정식의 표준형

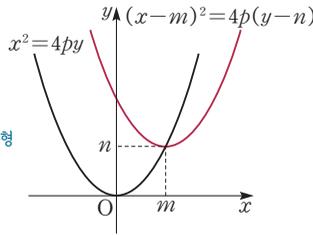
- ① 꼭짓점의 좌표:  $(m, n)$
- ② 초점의 좌표:  $(p+m, n)$
- ③ 준선의 방정식:  $x=-p+m$



- (2) 포물선  $x^2=4py$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$(x-m)^2=4p(y-n)$  ← 포물선의 방정식의 표준형

- ① 꼭짓점의 좌표:  $(m, n)$
- ② 초점의 좌표:  $(m, p+n)$
- ③ 준선의 방정식:  $y=-p+n$



**예** 포물선  $(y-3)^2=4(x+2)$ 는 포물선  $y^2=4x$ 를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이다.

이때 포물선  $y^2=4x$ 의 초점의 좌표는  $(1, 0)$ 이고 준선의 방정식은  $x=-1$ 이다.

따라서 포물선  $(y-3)^2=4(x+2)$ 의 초점의 좌표는  $(1-2, 0+3)$ , 즉  $(-1, 3)$ 이고 준선의 방정식은  $x-(-2)=-1$ , 즉  $x=-3$ 이다.

**확인 02** 다음 포물선을  $x$ 축의 방향으로  $2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1)  $y^2=2x$
- (2)  $x^2=-3y$

**확인 03** 다음 포물선의 초점 F의 좌표와 준선 l의 방정식을 구하고, 그 그래프를 그려라.

- (1)  $(y-1)^2=-4x$
- (2)  $(y+2)^2=8(x-3)$
- (3)  $x^2=-12(y-2)$
- (4)  $(x-1)^2=2(y+1)$

**개념 04 포물선의 방정식의 일반형**

평행이동한 포물선의 방정식을 전개하여 정리하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

- (1) 축이  $x$ 축에 평행한 포물선의 방정식은

$y^2+Ax+By+C=0$  (단,  $A, B, C$ 는 상수,  $A \neq 0$ ) ← 포물선의 방정식의 일반형

- (2) 축이  $y$ 축에 평행한 포물선의 방정식은

$x^2+Ax+By+C=0$  (단,  $A, B, C$ 는 상수,  $B \neq 0$ ) ← 포물선의 방정식의 일반형

**확인 04** 포물선  $y^2-4x-4y+16=0$ 의 꼭짓점, 초점의 좌표 및 준선의 방정식을 구하고 그 그래프를 그려라.

**高1 수학** 평행이동

방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$f(x-m, y-n)=0$

▶ 포물선을 평행이동하면 포물선의 초점, 준선, 꼭짓점, 축도 동일한 평행이동에 의하여 옮겨진다.

▶ 축이  $x$ 축에 평행한 포물선의 방정식은  $xy$ 항이 없고  $y$ 에 대한 일차,  $x$ 에 대한 일차의 방정식이다.  
▶ 축이  $y$ 축에 평행한 포물선의 방정식은  $xy$ 항이 없고  $x$ 에 대한 일차,  $y$ 에 대한 일차의 방정식이다.

## 필수유형 01 포물선의 방정식

다음 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1) 초점이 F(3, 0)이고 준선의 방정식이  $x = -3$ 인 포물선
- (2) 초점이 F(0, 4)이고 꼭짓점이 원점인 포물선

### 풍뎡 POINT

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 방정식의 꼴은  $y^2 = 4px$  꼴 또는  $x^2 = 4py$  꼴 중 하나야. 초점의 위치에 따라 방정식 꼴을 먼저 정해야 해.

- (1) 초점이  $x$ 축 위에 있는 포물선의 방정식은  $y^2 = 4px$  꼴이야.
- (2) 초점이  $y$ 축 위에 있는 포물선의 방정식은  $x^2 = 4py$  꼴이야.

풀이 • (1) 초점이 F(3, 0)<sup>①</sup>이고 준선의 방정식이  $x = -3$ 인 포물선의

방정식은  $y^2 = 4px$ 에서  $p = 3$ 일 때이므로

$$y^2 = 4 \times 3 \times x, \text{ 즉 } y^2 = 12x$$

다른 풀이<sup>②</sup>

포물선 위의 점을 P(x, y)라 하고, 점 P에서 준선  $x = -3$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 포물선의 정의에 의하여  $\overline{PF} = \overline{PH}$ <sup>③</sup>이므로

$$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = |x - (-3)|$$

양변을 제곱하면

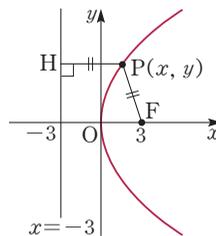
$$(x-3)^2 + y^2 = (x+3)^2$$

따라서 구하는 방정식은  $y^2 = 12x$

(2) 초점이 F(0, 4)<sup>④</sup>이고 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 방

정식은  $x^2 = 4py$ 에서  $p = 4$ 일 때이므로

$$x^2 = 4 \times 4 \times y, \text{ 즉 } x^2 = 16y$$



① 초점이  $x$ 축 위의 점이다.

② 포물선의 정의를 이용한 풀이이다.

③ 두 점 A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>), B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>)에 대하여  
 $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

④ 초점이  $y$ 축 위의 점이다.

답 (1)  $y^2 = 12x$  (2)  $x^2 = 16y$

### 풍뎡 강의 NOTE

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 방정식은 초점의 위치에 따라 그 꼴이 결정된다.

- ① 초점이  $x$ 축 위에 있을 때  $\Rightarrow$  초점이  $(p, 0) \Rightarrow y^2 = 4px$  꼴
- ② 초점이  $y$ 축 위에 있을 때  $\Rightarrow$  초점이  $(0, p) \Rightarrow x^2 = 4py$  꼴

**01-1** ④ 유사

다음 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1) 초점이  $F(-1, 0)$ 이고 준선의 방정식이  $x=1$ 인 포물선
- (2) 초점이  $F(0, -5)$ 이고 준선의 방정식이  $y=5$ 인 포물선
- (3) 초점이  $F(\frac{1}{2}, 0)$ 이고 꼭짓점이 원점인 포물선
- (4) 초점이  $F(0, 2)$ 이고 꼭짓점이 원점인 포물선

**01-2** ④ 변형

점  $(2, 0)$ 을 초점으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이 점  $(a, 2)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

**01-3** ④ 변형

두 포물선  $y^2=ax$ ,  $x^2=-by$ 의 초점에서 준선까지의 거리가 각각 6, 8일 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라.

(단,  $a>0, b>0$ )

**01-4** ④ 변형

두 포물선  $y^2=-20x$ ,  $x^2=6ay$ 의 초점 사이의 거리가 13일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하여라.

**01-5** ④ 변형

포물선  $y^2=2x$ 의 초점을 중심으로 하고 이 포물선의 준선에 접하는 원의 둘레의 길이가  $a\pi$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

**01-6** ④ 실력

초점이  $F(-2, 0)$ 이고 꼭짓점이 원점  $O$ 인 포물선에 대하여 점  $F$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각  $A, B$ 라고 할 때, 삼각형  $OAB$ 의 넓이를 구하여라.

## 필수유형 02 포물선의 평행이동

다음 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1) 초점이  $F(2, -2)$ 이고 준선의 방정식이  $x=4$ 인 포물선
- (2) 초점이  $F(5, -4)$ 이고 준선의 방정식이  $y=-6$ 인 포물선

### 풍뎨 POINT

꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 방정식은  $(y-n)^2=4p(x-m)$  꼴 또는  $(x-m)^2=4p(y-n)$  꼴 중 하나야. 준선이 어느 좌표축에 평행한지에 따라 포물선의 방정식을 정해 봐.

#### 풀이 (1) STEP1 포물선의 방정식의 꼴 정하기

준선이  $y$ 축에 평행하므로 포물선의 방정식을

$$(y-n)^2=4p(x-m) \quad (m, n, p \text{는 상수})$$

으로 놓을 수 있다.

#### STEP2 포물선의 방정식 완성하기

이 포물선의 초점의 좌표는  $(p+m, n)$ , 준선의 방정식은

$$x=-p+m \text{이므로}$$

$$p+m=2, n=-2, -p+m=4$$

즉,  $p=-1, m=3, n=-2$ 이므로 포물선의 방정식은

$$(y+2)^2=-4(x-3)$$

① 포물선  $y^2=4px$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 것이다.

② 포물선 위의 점  $(x, y)$ 로부터 초점과 준선에 이르는 거리가 같음을 이용하여

$$\sqrt{(x-2)^2 + \{y-(-2)\}^2} = |x-4|$$

로부터 얻을 수도 있다.

#### (2) STEP1 포물선의 방정식의 꼴 정하기

준선이  $x$ 축에 평행하므로 포물선의 방정식을

$$(x-m)^2=4p(y-n) \quad (m, n, p \text{는 상수})$$

으로 놓을 수 있다.

#### STEP2 포물선의 방정식 완성하기

이 포물선의 초점의 좌표는  $(m, p+n)$ , 준선의 방정식은

$$y=-p+n \text{이므로}$$

$$m=5, p+n=-4, -p+n=-6$$

즉,  $p=1, m=5, n=-5$ 이므로 포물선의 방정식은

$$(x-5)^2=4(y+5)$$

③ 포물선  $x^2=4py$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 것이다.

④ 포물선 위의 점  $(x, y)$ 로부터 초점과 준선에 이르는 거리가 같음을 이용하여

$$\sqrt{(x-5)^2 + \{y-(-4)\}^2} = |y-(-6)|$$

으로부터 얻을 수도 있다.

$$\text{답 (1) } (y+2)^2=-4(x-3) \quad (2) (x-5)^2=4(y+5)$$

### 풍뎨 강의 NOTE

꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 방정식 꼴은 실수  $k$ 에 대하여 다음과 같이 정할 수 있다.

- ① 준선이 직선  $x=k$ 인 포물선  $\rightarrow$  준선이  $y$ 축에 평행한 포물선  
 $\rightarrow (y-n)^2=4p(x-m)$  ( $m, n, p$ 는 상수) 꼴의 포물선
- ② 준선이 직선  $y=k$ 인 포물선  $\rightarrow$  준선이  $x$ 축에 평행한 포물선  
 $\rightarrow (x-m)^2=4p(y-n)$  ( $m, n, p$ 는 상수) 꼴의 포물선

**02-1** 유사

다음 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1) 초점이  $F(-1, 4)$ 이고 준선의 방정식이  $x = -5$ 인 포물선
- (2) 초점이  $F(2, 3)$ 이고 준선의 방정식이  $y = 1$ 인 포물선

**02-2** 변형

초점이  $F(3, 1)$ 이고 준선의 방정식이  $y = -3$ 인 포물선이 점  $(a, 1)$ 을 지날 때, 모든  $a$ 의 값의 곱을 구하여라.

**02-3** 변형

포물선  $(y-a)^2 = 3a(x-a+1)$ 의 초점이  $y$ 축 위의 점일 때, 상수  $a$ 에 대하여  $35a$ 의 값을 구하여라.

**02-4** 변형

포물선  $(x+2)^2 = -6(y-3)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동하면 이 포물선의 초점은 원점으로 옮겨질 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하여라.

**02-5** 변형

기출

두 포물선

$$(x-1)^2 = 4y, (y+2)^2 = -8x$$

의 초점을 각각  $F_1, F_2$ 라고 할 때,  $\overline{F_1F_2}^2$ 의 값을 구하여라.

**02-6** 실력

포물선  $(y-2)^2 = 4(x-3)$ 의 초점을  $F$ 라 하고, 이 포물선 위의 점  $P(4, 4)$ 에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라고 할 때, 삼각형  $FPH$ 의 넓이를 구하여라.