풍산자

유형기본서

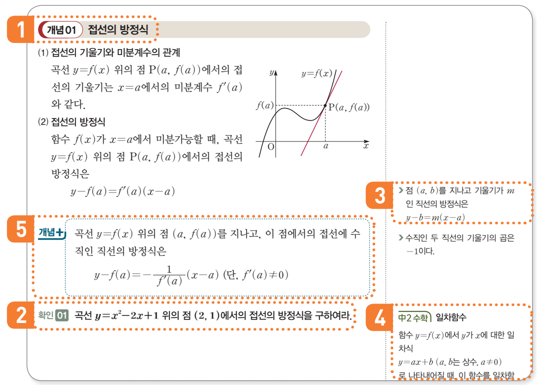
수학Ⅱ

구성과 특징

1 개념과 유형이 일목요연하게 정리
2 유형별 문항 학습으로 실전에 강함
3 친절하고 명쾌한 설명으로 혼자서도 학습 가능

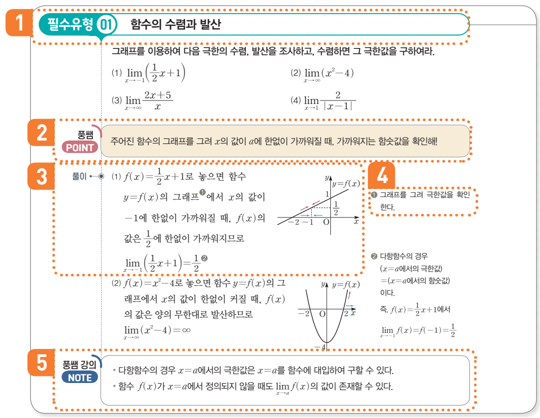
개념

1 수학의 기본 개념을 구조적으로 정리
2 개념 확립에 도움이 되는 확인 문제
3 실전 적용에 활용 가능한 내용
4 학습할 개념의 바탕이 되는 이전 개념
5 원리, 심화 개념, 공식 등 연구


1 개념 01 접선의 방정식
(1) 접선의 기울기와 미분계수의 관계
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 기울기는 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$와 같다.
(2) 접선의 방정식
함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은
$y-f(a)=f'(a)(x-a)$
3 › 점 (a, b)를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y-b=m(x-a)$
› 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.
5 개념+ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$를 지나고, 이 점에서의 접선에 수직인 직선의 방정식은
$y-f(a)=-\frac{1}{f'(a)}(x-a)$ (단, $f'(a)\neq 0$)
2 확인 01 곡선 $y=x^2-2x+1$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 방정식을 구하여라.
4 中2 수학 일차함수
함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식
$y=ax+b$ (a, b는 상수, $a\neq 0$)
로 나타내어질 때, 이 함수를 일차함수

대표 유형

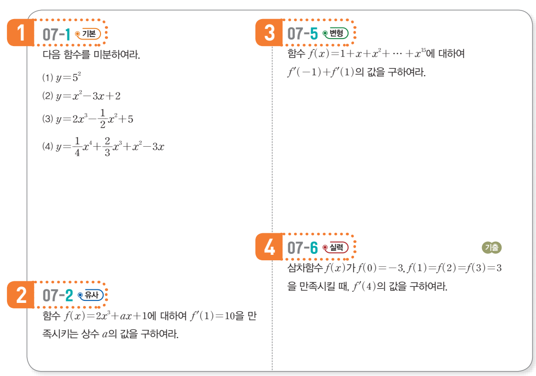
1 반드시 알아할 유형을 필수유형과 발전유형으로 제시
2 문제 해결을 위한 핵심 전략
3 단계별 해결 방법 확인
4 풀이 과정에 적용된 개념, 원리, 방법 등을 바로 확인
5 연관 개념, 문제 풀이 비법, 보충 설명 등 제공


1 필수유형 01 함수의 수렴과 발산
그래프를 이용하여 다음 극한의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.
(1) $\lim_{x\to -1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ (2) $\lim_{x\to\infty}(x^2-4)$
(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+5}{x}$ (4) $\lim_{x\to 1}\frac{2}{|x-1|}$
2 풍쌤 POINT 주어진 함수의 그래프를 그려 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, 가까워지는 함숫값을 확인해!
3 풀이 (1) $f(x)=\frac{1}{2}x+1$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프❶에서 x의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 $\frac{1}{2}$에 한없이 가까워지므로
$\lim_{x\to -1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}$❷
(2) $f(x)=x^2-4$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값은 양의 무한대로 발산하므로
$\lim_{x\to\infty}(x^2-4)=\infty$
4 ❶ 그래프를 그려 극한값을 확인한다.
❷ 다항함수의 경우 ($x=a$에서의 극한값) $=$($x=a$에서의 함숫값)이다.
즉, $f(x)=\frac{1}{2}x+1$에서 $\lim_{x\to -1}f(x)=f(-1)=\frac{1}{2}$
5 풍쌤 강의 NOTE
• 다항함수의 경우 $x=a$에서의 극한값은 $x=a$를 함수에 대입하여 구할 수 있다.
• 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되지 않을 때도 $\lim_{x\to a}f(x)$의 값이 존재할 수 있다.

유사/변형/실력

1 대표유형보다 낮은 난이도, 동일 출제 원리를 담은 문제
2 대표유형과 동일 난이도, 동일 출제 원리를 담은 문제
3 대표유형과 동일 난이도이지만 표현 방법을 바꾼 문제
4 대표유형과 동일 출제 원리이지만 응용개념을 담은 문제

기출 수능/평가원/교육청 기출문제

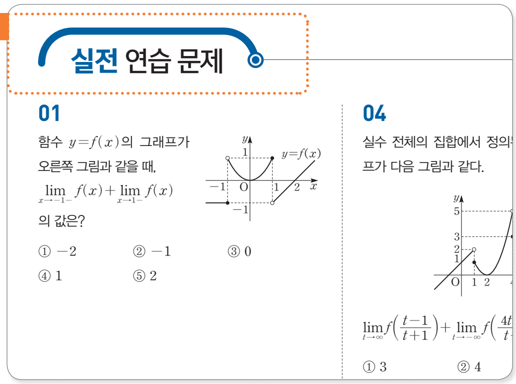

1 07-1 기본
다음 함수를 미분하여라.
(1) $y=5^2$
(2) $y=x^2-3x+2$
(3) $y=2x^3-\frac{1}{2}x^2+5$
(4) $y=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3+x^2-3x$
2 07-2 유사
함수 $f(x)=2x^3+ax+1$에 대하여 $f'(1)=10$을 만족시키는 상수 a의 값을 구하여라.
3 07-5 변형
함수 $f(x)=1+x+x^2+\cdots+x^{10}$에 대하여 $f'(-1)+f'(1)$의 값을 구하여라.
4 07-6 실력 기출
삼차함수 $f(x)$가 $f(0)=-3$, $f(1)=f(2)=f(3)=3$을 만족시킬 때, $f'(4)$의 값을 구하여라.

실전 연습

1 각 중단원별로 반드시 풀어야 할 문제를 수록하여 시험에 대비

서술형 서술형으로 출제 가능성이 높은 문항

기출 수능/평가원/교육청 기출문제


1 실전 연습 문제

01
함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x\to-1-} f(x)+\lim_{x\to1-} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

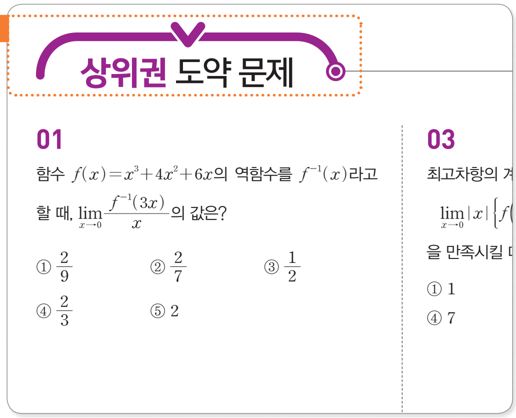
04
실수 전체의 집합에서 정의
프가 다음 그림과 같다.

① 3 ② 4

상위권 도약

1 각 중단원별로 상위권 실력을 완성할 수 있도록 난이도가 높은 문제를 구성

기출 수능/평가원/교육청 기출문제


1 상위권 도약 문제

01
함수 $f(x)=x^3+4x^2+6x$의 역함수를 $f^{-1}(x)$라고 할 때, $\lim_{x\to0}\frac{f^{-1}(3x)}{x}$의 값은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

03
최고차항의 계

을 만족시킬 다

① 1
④ 7

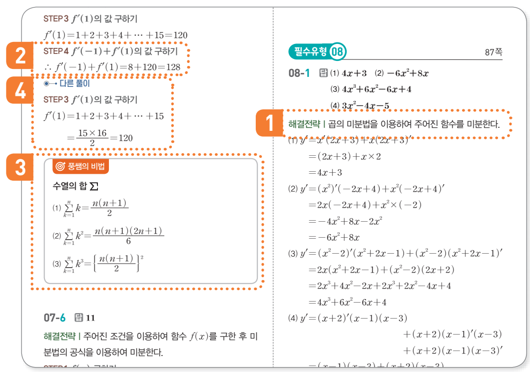
정답과 풀이

1 문제를 해결하는 데 필요한 핵심 아이디어

2 답을 구하는 데 필요한 단계적 사고 과정

3 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 확장 원리, 개념, 공식

4 실전에 도움이 되는 다양한 풀이



수학 Ⅱ

차례

Ⅰ 함수의 극한과 연속

Ⅱ

미분

III

적분

01 함수의 극한

유형의 이해에 따라 ☐ 안에 ○, × 표시를 하고 반복하여 학습합니다.		1st	2nd
필수유형 01	함수의 수렴과 발산	☐	☐
필수유형 02	좌극한과 우극한	☐	☐
필수유형 03	함수의 극한값의 존재	☐	☐
발전유형 04	합성함수의 극한	☐	☐
필수유형 05	함수의 극한에 대한 성질	☐	☐
필수유형 06	$\frac{0}{0}$ 꼴의 극한	☐	☐
필수유형 07	$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한	☐	☐
필수유형 08	$\infty-\infty$, $\infty\times 0$ 꼴의 극한	☐	☐
필수유형 09	미정계수의 결정	☐	☐
필수유형 10	다항함수의 결정	☐	☐
필수유형 11	함수의 극한의 대소 관계	☐	☐
발전유형 12	함수의 극한의 활용	☐	☐

01 함수의 극한

개념 01 함수의 수렴과 발산

(1) **함수의 수렴**: 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 한다. 이때 L을 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라 하고 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=L$ 또는 $x \longrightarrow a$일 때, $f(x) \longrightarrow L$

(2) **함수의 발산**: 함수 $f(x)$가 수렴하지 않을 때, 함수 $f(x)$는 발산한다고 한다.
함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때

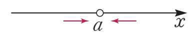
① $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하고 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=\infty$ 또는 $x \longrightarrow a$일 때 $f(x) \longrightarrow \infty$

② $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하고 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x \longrightarrow a$일 때 $f(x) \longrightarrow -\infty$

> $x \longrightarrow a$는 $x \neq a$이면서 x의 값이 a에 한없이 가까워짐을 뜻한다.



> 기호 lim는 극한을 뜻하는 'limit'의 약자로 '리미트'라고 읽는다.

> ∞는 한없이 커지는 상태를 나타내고 '무한대'라고 읽는다. ∞는 어떤 숫자 값을 나타내지 않는다.

> 함수의 수렴과 발산은 $x \longrightarrow \infty$, $x \longrightarrow -\infty$인 경우에도 정의할 수 있다.

확인 01 다음 극한의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to 9} \sqrt{x}$ (2) $\lim_{x \to 3} (x+3)$ (3) $\lim_{x \to 0} 4$ (4) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$

개념 02 좌극한과 우극한

(1) **좌극한과 우극한**: 함수 $f(x)$에서

① $x \longrightarrow a-$일 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 좌극한이라 하고 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a-} f(x)=L$ 또는 $x \longrightarrow a-$일 때 $f(x) \longrightarrow L$

② $x \longrightarrow a+$일 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 우극한이라 하고 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a+} f(x)=L$ 또는 $x \longrightarrow a+$일 때 $f(x) \longrightarrow L$

(2) **함수의 극한값의 존재**: 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값이 L로 같으면 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다. 또, 그 역도 성립한다. 즉,

$\lim_{x \to a-} f(x)=\lim_{x \to a+} f(x)=L \Longleftrightarrow \lim_{x \to a} f(x)=L$

> x의 값이
> ① a보다 작으면서 a에 한없이 가까워지는 것을 $x \longrightarrow a-$와 같이 나타낸다.
> ② a보다 크면서 a에 한없이 가까워지는 것을 $x \longrightarrow a+$와 같이 나타낸다.

확인 02 다음 극한값을 구하여라.

(1) $f(x)=\begin{cases} -x+1 & (x<0) \\ x & (x \geq 0) \end{cases}$일 때, $\lim_{x \to 0+} f(x)$

(2) $g(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ x-1 & (x \geq 1) \end{cases}$일 때, $\lim_{x \to 1-} g(x)$

高1 수학 필요충분조건

명제 $p \longrightarrow q$에 대하여 $p \Longrightarrow q$이고 $q \Longrightarrow p$일 때, 이것을 p는 q이기 위한 필요충분조건이라 하고, 기호로 $p \Longleftrightarrow q$와 같이 나타낸다. 이때 q도 p이기 위한 필요충분조건이다.

개념 03 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a} kf(x)=k\lim_{x\to a} f(x)=k\alpha$ (단, k는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)\pm g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)\pm\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\pm\beta$ (복부호동순)

(3) $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\lim_{x\to a} f(x)\times\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)

주의 함수의 극한에 대한 성질은 $x=a$에서 함수 $f(x)$, $g(x)$의 극한값이 존재할 때만 성립한다.

확인 03 $\lim_{x\to 1} f(x)=2$, $\lim_{x\to 1} g(x)=1$일 때, 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 1}\{f(x)+g(x)\}$ (2) $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)$

확인 04 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 2}(x^2+x-2)$ (2) $\lim_{x\to 0}\dfrac{x+2}{3x-1}$

> 함수의 극한에 대한 성질은 $x\longrightarrow\infty$, $x\longrightarrow-\infty$, $x\longrightarrow a-$, $x\longrightarrow a+$ 일 때도 성립한다.

> 함수의 극한값의 계산
>
> (1) $\dfrac{0}{0}$ 꼴: 분모, 분자가 모두 다항식이면 분모, 분자를 각각 인수분해하여 약분하고, 분모, 분자 중 무리식이 있으면 근호가 있는 부분을 유리화한다.
>
> (2) $\dfrac{\infty}{\infty}$ 꼴: 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.
>
> (3) $\infty-\infty$ 꼴: 다항식은 최고차항으로 묶고, 무리식을 포함한 경우에는 근호가 있는 부분을 유리화한다.
>
> (4) $\infty\times 0$ 꼴: $\dfrac{0}{0}$, $\dfrac{\infty}{\infty}$, $\infty\times k$, $\dfrac{k}{\infty}$ (k는 상수) 꼴로 변형한다.

개념 04 미정계수의 결정

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=L$ (L은 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a} g(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} f(x)=0$

(2) $L\neq 0$이고 $\lim_{x\to a} f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} g(x)=0$

확인 05 다음 등식을 만족시키는 상수 a의 값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 1}\dfrac{2x+a}{x-1}=2$ (2) $\lim_{x\to 3}\dfrac{3x-9}{x+a}=3$

개념 05 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=L$, $\lim_{x\to a} g(x)=M$ (L, M은 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에 대하여

(1) $f(x)\le g(x)$이면 $L\le M$

(2) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x)\le h(x)\le g(x)$이고 $L=M$이면 $\lim_{x\to a} h(x)=L$

주의 $f(x)<g(x)$일 때, 반드시 $\lim_{x\to a} f(x)<\lim_{x\to a} g(x)$인 것은 아니다.

> 함수의 극한의 대소 관계는 $x\longrightarrow\infty$, $x\longrightarrow-\infty$, $x\longrightarrow a-$, $x\longrightarrow a+$일 때도 성립한다.

확인 06 모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 $-2x\le f(x)\le x^2+1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to -1} f(x)$의 값을 구하여라.

필수유형 01 함수의 수렴과 발산

그래프를 이용하여 다음 극한의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to -1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ (2) $\lim_{x \to \infty}(x^2-4)$

(3) $\lim_{x \to \infty}\frac{2x+5}{x}$ (4) $\lim_{x \to 1}\frac{2}{|x-1|}$

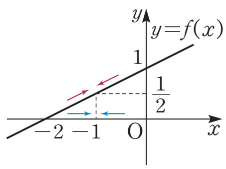
풍쌤 POINT

주어진 함수의 그래프를 그려 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, 가까워지는 함숫값을 확인해!

풀이

(1) $f(x)=\frac{1}{2}x+1$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프❶에서 x의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 $\frac{1}{2}$에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x \to -1}\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}$❷



❶ 그래프를 그려 극한값을 확인한다.

❷ 다항함수의 경우

($x=a$에서의 극한값)

$=$($x=a$에서의 함숫값)

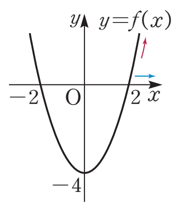
이다.

즉, $f(x)=\frac{1}{2}x+1$에서

$\lim_{x \to -1}f(x)=f(-1)=\frac{1}{2}$

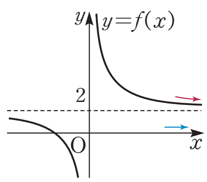
(2) $f(x)=x^2-4$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값은 양의 무한대로 발산하므로

$\lim_{x \to \infty}(x^2-4)=\infty$



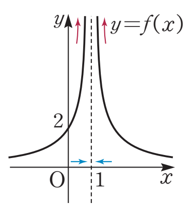
(3) $f(x)=\frac{2x+5}{x}=\frac{5}{x}+2$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값은 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x \to \infty}\frac{2x+5}{x}=2$



(4) $f(x)=\frac{2}{|x-1|}$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의 그래프❸에서 x의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 양의 무한대로 발산하므로

$\lim_{x \to 1}\frac{2}{|x-1|}=\infty$



❸ $x<1$인 경우와 $x>1$인 경우로 나누어 그래프를 그린다.

답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 발산(∞) (3) 2 (4) 발산(∞)

풍쌤 강의 NOTE

- 다항함수의 경우 $x=a$에서의 극한값은 $x=a$를 함수에 대입하여 구할 수 있다.
- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되지 않을 때도 $\lim_{x \to a}f(x)$의 값이 존재할 수 있다.

01-1 유사

그래프를 이용하여 다음 극한의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to -2}(x^2-3x+2)$

(2) $\lim_{x \to 3}\sqrt{3x-1}$

(3) $\lim_{x \to \infty}(3x+4)$

(4) $\lim_{x \to -2}\dfrac{x+2}{x+1}$

01-2 유사

그래프를 이용하여 다음 극한의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to \infty}\dfrac{3-x}{x}$

(2) $\lim_{x \to 3}\dfrac{1}{|x-3|}$

(3) $\lim_{x \to -1}\left\{-\dfrac{5}{(x+1)^2}\right\}$

01-3 변형

$\lim_{x \to 1}\dfrac{1-2x}{x}+\lim_{x \to \infty}\dfrac{1-2x}{x}$의 값을 구하여라.

01-4 변형

다음 |보기| 중 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 골라라.

|보기|

ㄱ. $\lim_{x \to 3}(x^2-9)$　　ㄴ. $\lim_{x \to \infty}(3x-1)$

ㄷ. $\lim_{x \to \infty}\dfrac{3}{x-1}$　　ㄹ. $\lim_{x \to 3}\sqrt{2x-1}$

01-5 변형

다음 중 옳은 것은?

① $\lim_{x \to 3}\dfrac{2+x}{4}=1$　　② $\lim_{x \to 0}3=0$

③ $\lim_{x \to -2}\sqrt{2x+8}=2$　　④ $\lim_{x \to 4}\dfrac{2x^2-5}{x+5}=5$

⑤ $\lim_{x \to 2}(x-2)(x+3)=1$

01-6 실력

$\lim_{x \to 2}(x^2+ax+b)=-1$, $\lim_{x \to -1}(x^2+bx+a)=-6$

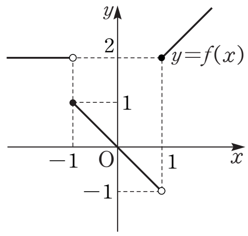
일 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

필수유형 02 좌극한과 우극한

함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음을 구하여라.

(1) $f(1)$　(2) $\lim_{x\to1-} f(x)$　(3) $\lim_{x\to1+} f(x)$

(4) $\lim_{x\to-1-} f(x)$　(5) $\lim_{x\to-1+} f(x)$



풍쌤 POINT

$x=a$에서 좌극한은 $x<a$일 때, 우극한은 $x>a$일 때만 조사하면 돼!

그래프에서 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, y의 값이 어떤 값에 한없이 가까워지는지 확인해 봐!

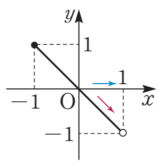
풀이

(1) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

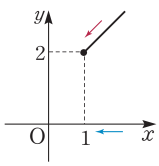
$f(1)=2$ ❶

❶ 그래프에서 색칠된 점은 지나고 색칠되지 않은 점은 지나지 않는다.

(2) x가 1보다 작은 작은 값을 가지면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 -1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x\to1-} f(x)=-1$

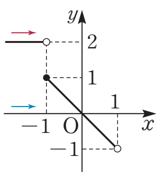


(3) x가 1보다 큰 값을 가지면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 2에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x\to1+} f(x)=2$

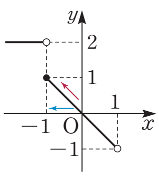


(4) x가 -1보다 작은 값을 가지면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 2이므로

$\lim_{x\to-1-} f(x)=2$



(5) x가 -1보다 큰 값을 가지면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x\to-1+} f(x)=1$



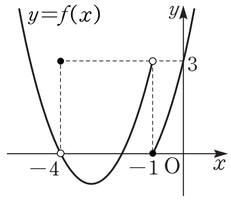
답 (1) 2　(2) -1　(3) 2　(4) 2　(5) 1

풍쌤 강의 NOTE

- $x \longrightarrow a-$이면 그래프에서 $x<a$의 범위에서 함숫값의 변화를 살펴본다.
- $x \longrightarrow a+$이면 그래프에서 $x>a$의 범위에서 함숫값의 변화를 살펴본다.
- 함수의 극한값은 함숫값과 다를 수 있음에 유의한다.

02-1 유사

함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음을 구하여라.



(1) $f(-1)$

(2) $\lim\limits_{x \to -1-} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to -1+} f(x)$

(4) $\lim\limits_{x \to -4-} f(x)$

(5) $\lim\limits_{x \to -4+} f(x)$

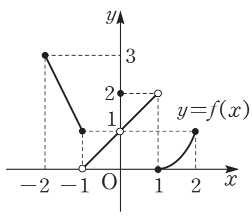
02-2 변형

함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+2 & (x \neq 1) \\ 2 & (x=1) \end{cases}$에 대하여

$\lim\limits_{x \to 1-} f(x)+\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$의 값을 구하여라.

02-3 변형 기출

$-2 \leq x \leq 2$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 1-} f(x)+\lim\limits_{x \to -1+} f(x)$의 값을 구하여라.

02-4 변형

함수 $f(x)=\begin{cases} ax-3 & (x<2) \\ x^2+x-a & (x \geq 2) \end{cases}$에 대하여

$\lim\limits_{x \to 2-} f(x)=\lim\limits_{x \to 2+} f(x)$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

02-5 변형

다음 극한값을 구하여라.

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

(1) $\lim\limits_{x \to 0-} [x]$

(2) $\lim\limits_{x \to 0+} [x]$

(3) $\lim\limits_{x \to 1-} [2-x]$

(4) $\lim\limits_{x \to 1+} [2-x]$

02-6 실력

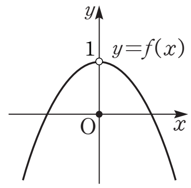
함수 $f(x)=\dfrac{x+1}{|x+1|}$에 대하여 $\lim\limits_{x \to -1-} f(x)=a$,

$\lim\limits_{x \to -1+} f(x)=b$라고 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

필수유형 03 함수의 극한값의 존재

다음 물음에 답하여라.

(1) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$의 값을 구하여라.



(2) 함수 $f(x)=\begin{cases} -x+2 & (x<1) \\ kx-1 & (x\ge 1) \end{cases}$에 대하여 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$의 값이 존재하도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.

(3) 함수 $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$에 대하여 $x=0$에서의 극한을 조사하여라.

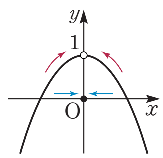
풍쌤 POINT 극한을 조사할 때는 그래프를 그려 좌극한과 우극한이 같은지 살펴봐!

풀이

(1) $\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=1$

즉, $\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+} f(x)$ ❶ 이므로

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$



❶ $x=0$의 좌우에서 점 $(0, 1)$로 한없이 가까워진다.

(2) $\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1-}(-x+2)=1$

$\lim\limits_{x\to 1+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1+}(kx-1)=k-1$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$의 값이 존재하려면 $\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1+} f(x)$이어야 하므로

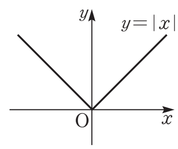
$1=k-1 \qquad \therefore k=2$

(3) $x<0$일 때, $|x|=-x$ ❷ 이므로 $\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{-x}{x}=-1$

$x>0$일 때, $|x|=x$이므로 $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{x}{x}=1$

따라서 $\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{|x|}{x}\ne\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{|x|}{x}$이므로 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$의 값이 존재하지 않는다.

❷ $|x|=\begin{cases} -x & (x<0) \\ x & (x\ge 0) \end{cases}$



답 (1) 1 (2) 2 (3) 존재하지 않는다.

풍쌤 강의 NOTE

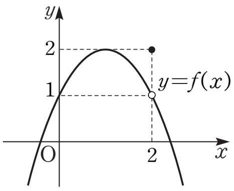
$y=f(x)$에 대하여 $x=a$에서의 극한값이 존재하는지 확인하기 위해서는

(1) 좌극한 $\lim\limits_{x\to a-} f(x)$ (2) 우극한 $\lim\limits_{x\to a+} f(x)$

를 조사해야 한다. 이때 두 값이 같으면 $x=a$에서 극한값이 존재한다.

03-1 유사

함수 $y=f(x)$가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x\to 2} f(x)$의 값을 구하여라.



03-2 유사

함수 $f(x)=\begin{cases} (x-k)^2 & (x<-1) \\ -3x+k & (x\ge -1) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x\to -1} f(x)$의 값이 존재하기 위한 모든 실수 k의 값의 합을 구하여라.

03-3 유사

다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to 1} |x-1|$

(2) $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{|x-1|}$

(3) $\lim_{x\to 0} x|x|$

03-4 변형

함수 $f(x)=[x]$일 때, $x=2$에서의 극한을 조사하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

03-5 변형

함수 $f(x)=\begin{cases} -3x+a & (x<-1) \\ x^2-a & (x\ge -1) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x\to -1} f(x)=b$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하여라.

03-6 실력

함수 $f(x)=\begin{cases} -x & (x<0) \\ x^2-4x+2 & (0\le x<4) \\ -2 & (x\ge 4) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x\to a} f(x)$의 값은 존재하지 않지만 $\lim_{x\to a} |f(x)|$의 값은 존재할 때, 상수 a의 값을 구하여라.