

풍산자

인드그
리온브

유형



기하

구성과 특징

1

일등급 실력 완성을 위한 집중 학습

학교 시험과 수능에서 일등급 실력을 완성하기 위한 문항 대비 집중서로 중상위 수준의 다양한 문제 풀이를 통해 중위권 학생들은 상위권 실력으로 향상될 수 있고, 상위권 학생들은 상위권 실력을 유지할 수 있도록 구성하였습니다.

2

다양한 유형의 문항으로 학교시험 & 학력평가 대비

학교 시험과 수능/모의고사/학력평가를 분석하여 출제 빈도가 높고 반드시 알아야 할 유형, 다양한 문제 해결력이 필요한 유형을 체계적으로 수록하여 학교 시험과 수능을 동시에 대비할 수 있습니다. 또한 최신 기출 문제를 연습하고 실전에 대비할 수 있도록 신경향 문제를 수록하였습니다.

3

점진적 학습이 가능한 단계별 문제 구성

실전 개념이 문제에 어떻게 활용되는지를 정리하였고, 중 수준, 상 수준, 최상위 수준의 문제를 단계별로 수록하여 문제를 풀면서 일등급 실력에 도달할 수 있도록 구성하였습니다.

STEP A | 상위권 보장 개념+필수 기출 문제

개념 1 공간에서의 점의 좌표

(1) 좌표공간
 ① 좌표공간: 좌표축과 좌표평면이 정해진 공간
 ② 한 점 P에서 서로 직교하는 세 수직선을 그었을 때, 점 P를 표현해 주는 수직선상의 점 P의 좌표는 (a, b, c)이다. 여기서 a, b, c는 각각 x, y, z축의 방향으로의 거리이다.
 ③ x축과 y축으로 결정되는 평면을 xy평면, y축과 z축으로 결정되는 평면을 yz평면, x축과 z축으로 결정되는 평면을 xz평면이라 하고, 이 세 평면을 좌표평면이라고 한다.

(2) 공간좌표
 좌표공간 위의 한 점 P에 대응하는 세 실수의 순서쌍 (a, b, c)를 점 P의 공간좌표라고 하고, 기호 P(a, b, c)로 나타낸다.

(3) 평면 O를 가로질러 나타낸 O(a, b, c)
 ① 순서의 변화
 점 P(a, b, c)에서 좌표축 또는 좌표평면에 내린 수직선의 길이는 다음과 같다.
 ② x축: (a, 0, 0)
 ③ y축: (0, b, 0)
 ④ z축: (0, 0, c)

065
 점 P에서 xy평면, z축에 내린 수직선의 길이가 각각 2, 1, 0이다. 점 P의 좌표가 (a, b, c)일 때, 점 P의 좌표가 (a, b, c)인 점의 개수는?
 ① 1 ② 2
 ③ 4 ④ 5

066 (등급기출)
 오른쪽 그림과 같이 두 육면체를 붙여 만든 복합체 ABCD의 표면적을 구하시오.
 a+b+c=10
 a, b, c는 양의 실수이다.

STEP A | 상위권 보장 개념+필수 기출 문제

- 학교 시험/평가원/교육청 기출 문제를 체계적으로 분석하여 실전 개념을 정리하였고, 출제 가능성이 높은 유형으로 구성하였습니다.
- **등급업 TIP** 실전에 자주 이용되는 개념, 공식, 비법 등을 제시하였습니다.
- STEP A, STEP B에서는 실제 시험에 출제되는 문제를 수록하여 실전 감각을 기를 수 있습니다.

평가원 기출 / **교육청 기출** / 평가원/ 교육청 기출 문제 중에서 중요한 유형의 문제입니다.

학교 기출 신유형 최신 학교 시험 기출 문제 중에서 새로운 유형의 문제로 정답과 풀이에서 접근 방법을 확인할 수 있습니다.

STEP B | 최상위권 도약 실력 완성 문제

STEP B 최상위권 도약 실력 완성 문제

개념 1 위치에너지

074
 오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 무게중심 G를 지나는 직선이 AX, BQ와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자.
 AP : PB = 1 : 4일 때, $\frac{AQ}{QC}$ 의 값은?
 ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

076 (등급기출)
 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 A(6, 0), 점 B(0, 3)에 대하여 |2a-3b|의 최댓값은?
 ① $\sqrt{17}+2$ ② $2(\sqrt{17}+2)$
 ③ $\sqrt{19}+4$ ④ $3(\sqrt{19}+4)$

077
 좌표평면 위의 직선 $3x-4y+1=0$ 와 점 O(0, 0), A(5, 0)에 대한 거리의 최댓값은?
 ① 4 ② 5
 ③ 10

- 개념별로 상 수준의 문제를 구성하여 탄탄한 상위권 실력을 완성할 수 있도록 하였습니다.

다빈출 출제 비중이 높은 유형의 문제입니다.

STEP C | 상위 1% 도전 문제

STEP C 상위 1% 도전 문제

130
 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정육면체의 내부에 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 중심이 정사각형 ABCD의 EFGH의 두 대각선의 교점과 각각 일치할 때, 이 원기둥이 평면 DEFG에 의하여 잘린 단면의 넓이의 최댓값은?
 ① $4\sqrt{3}\pi$ ② $6\sqrt{3}\pi$ ③ $8\sqrt{3}\pi$
 ④ $10\sqrt{3}\pi$ ⑤ $12\sqrt{3}\pi$

132
 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반경의 길이가 3이고 높이가 4인 원기둥과 만나지 않는 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기가 120° 일 때, 평면 α 와 원기둥의 밑면이 이루는 각의 크기는 45° 이다. 원기둥의 모선 AB를 1 : 2로 내분하는 점 C의 평면 α 위로의 정사영 C'이 두 평면 α, β 의 교선 l 위에 있을 때, 평면 α 에 수직으로 비추는 빛에 의해 생긴 원기둥의 그림자의 넓이와 평면 β 에 대한 대각선 p+q의

STEP C | 상위 1% 도전 문제

- 대단원별 최고난도 문항으로 일등급 대비와 최상위 실력을 기를 수 있도록 하였습니다.

미니 모의고사

미니 모의고사 - 1회

시험시간: 30분

01
 점 P(-2, 0)을 초점, 점 Q(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 포물선이 점 (a, b)를 지난 때, a의 값을 구하시오. [2점]

02
 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라고 할 때, 이 타원 위의 두 점 A, B에 대하여 $AF + BF = 12$, $AF' + BF' = 16$ 이다. 양수 a의 값은? [2점]
 ① $\frac{11}{2}$ ② 6
 ③ 7

04
 직선 $y = -2x + 6$ 을 x축의 양방으로 사, 다시 포물선 $x^2 = 4y$ 와 만나지 않았다. 이 때 a의 범위는? [2점]
 ① $a < -5$ ② $a < 5$ ③ $a > -5$
 ④ $a > 5$

05
 등차수열 $x^2 - y^2 = 1$ 의 항의 개수를 구하시오.

- 대단원별로 실력을 점검할 수 있는 문항을 엄선하여 구성하였습니다.

차례

I

| 이차곡선

01. 이차곡선

개념+필수 기출 문제	008
실력 완성 문제	014

02. 이차곡선의 접선

개념+필수 기출 문제	022
실력 완성 문제	028
상위 1% 도전 문제	037
미니 모의고사	039

II

| 평면벡터

03. 벡터의 연산

개념+필수 기출 문제	044
실력 완성 문제	048

04. 평면벡터의 성분과 내적

개념 + 필수 기출 문제	054
실력 완성 문제	060
상위 1% 도전 문제	069
미니 모의고사	071

III

| 공간도형과 공간좌표

05. 공간도형

개념 + 필수 기출 문제	076
실력 완성 문제	082

06. 공간좌표

개념 + 필수 기출 문제	092
실력 완성 문제	098
상위 1% 도전 문제	107
미니 모의고사	109

풍산자가 제안하는 상위권으로의 지름길

일등급유형 >>

어제는 역사이고
내일은 미래이며,
그리고 오늘은 선물입니다.
그렇기에 우리는
현재(present)를 선물(present)이라고 말합니다.



명석한 두뇌도 뛰어난 체력도 타고난 재능도 끝없는 노력을 이길 순 없다.
아무것도 변하지 않을지라도 내가 변하면 모든 것이 변한다.

풍산자 일등급유형과 함께 까다로운 문제를 정복해 볼까요?

- _ 계산 실수와 개념의 잘못된 적용을 유도하는 문제
- _ 개념은 단순한데 사고의 전환이 필요한 신경향 문제
- _ 익숙한 문제인데 풀이 방법은 다른 접근이 필요한 문제
- _ 여러 가지 개념의 응용을 해야 하는데 적용에 실패하는 문제
- _ 문제 해결을 위한 조건과 추론 과정에서 변형과 해석을 요구하는 문제





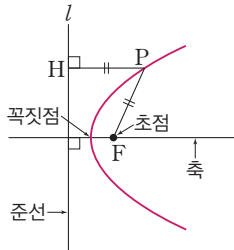
이차곡선

01. 이차곡선

02. 이차곡선의 접선

개념 1 포물선

(1) 포물선의 정의: 평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라 하고, 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 포물선의 준선이라고 한다. 이때 초점 F를 지나고 준선 l에 수직인 직선을 포물선의 축, 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



참고 초점이 F인 포물선 위의 점 P에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\rightarrow PF = PH$

(2) 포물선의 방정식

- ① 초점이 F(p, 0), 준선이 x = -p인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4px$ (단, p ≠ 0) 꼭짓점: 원점, 축의 방정식: y = 0
- ② 초점이 F(0, p), 준선이 y = -p인 포물선의 방정식은 $x^2 = 4py$ (단, p ≠ 0) 꼭짓점: 원점, 축의 방정식: x = 0

참고 포물선 $y^2 = 4px$ 와 $x^2 = 4py$ 는 직선 y = x에 대하여 대칭이다. (단, p ≠ 0)

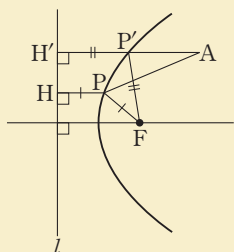
(3) 포물선의 평행이동

- ① 포물선 $y^2 = 4px$ 를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y - n)^2 = 4p(x - m)$
- ② 포물선 $x^2 = 4py$ 를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(x - m)^2 = 4p(y - n)$

참고 포물선을 평행이동하면 포물선의 초점, 꼭짓점, 준선, 축도 평행이동된다.

등급업 TIP

오른쪽 그림과 같이 점 F를 초점, 직선 l을 준선으로 하는 포물선에서 포물선 위를 움직이는 점 P와 포물선의 오른쪽에 있는 한 점 A에 대하여 PA + PF의 값이 최소가 되게 하는 점 P의 위치는 점 A에서 준선 l에 그은 수선이 포물선과 만나는 점 P'이다.



001 평의원 기출

출제율

초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF} = 9$ 일 때, 점 P의 x좌표는?

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
- ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

002

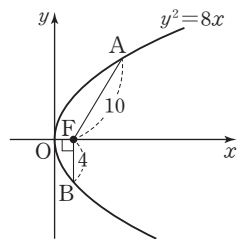
출제율

포물선 $y^2 = 4px$ (p > 0)의 꼭짓점과 준선 사이의 거리가 5일 때, 직선 x = p와 이 포물선의 두 교점 사이의 거리를 구하여라.

003

출제율

오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 F라고 할 때, 이 포물선 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AF} = 10$, $\overline{BF} = 4$, $\overline{BF} \perp \overline{OF}$ 이다. 이때 삼각형 AFB의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면, 점 B는 제4사분면 위의 점이다.)



- ① 16 ② 14 ③ 12
- ④ 10 ⑤ 8

004 학교 기출 신유형

출제율

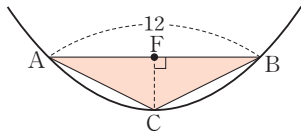
포물선 $x^2=4y$ 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 과 점 $F(0, 1)$ 이 $\overline{AF}+\overline{BF}+\overline{CF}=12$ 를 만족시킬 때, $x_1^2+x_2^2+x_3^2$ 의 값은?

- ① 24 ② 30 ③ 36
- ④ 42 ⑤ 48

005

출제율

다음 그림은 점 F 를 초점으로 하고 직선 CF 를 축으로 하는 포물선이다. $\overline{AB}=12$, $\overline{AB}\perp\overline{CF}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



006

출제율

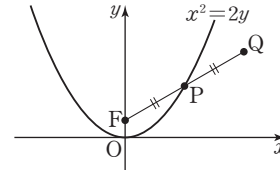
두 포물선 $(x-4)^2=k(y+1)$ 과 $(y-2)^2=12(x-1)$ 의 초점이 일치할 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12
- ④ 16 ⑤ 20

007

출제율

다음 그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $x^2=2y$ 위에 $\overline{FP}=2$ 인 점 P 가 있다. 직선 FP 위에 $\overline{FP}=\overline{PQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡을 때, 점 Q 와 x 축 사이의 거리는?

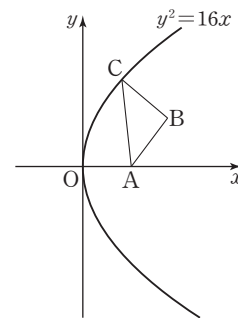


- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$
- ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

008

출제율

두 점 $A(4, 0)$, $B(7, 4)$ 와 포물선 $y^2=16x$ 위에 있는 점 C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값은?

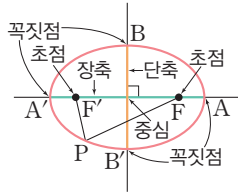


- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16



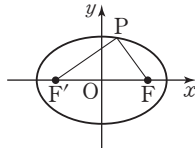
개념 2 타원

(1) 타원의 정의: 평면 위의 두 점 F, F' 으로부터의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점 F, F' 을 타원의 초점이라고 한다.



이때 두 초점 F, F' 을 잇는 직선과 타원의 두 교점을 A, A' 이라 하고, $\overline{FF'}$ 의 수직 이등분선과 타원의 두 교점을 B, B' 이라 하고 할 때, 네 점 A, A', B, B' 을 타원의 꼭짓점, $\overline{AA'}$ 을 타원의 장축, $\overline{BB'}$ 을 타원의 단축, 장축과 단축의 교점을 타원의 중심이라고 한다.

참고 두 초점이 F, F' 인 타원 위의 점 P 에 대하여
 $\rightarrow \overline{PF} + \overline{PF'} = (\text{일정})$
 장축의 길이



(2) 타원의 방정식

① 두 초점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 으로부터의 거리의 합이 $2a$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } a > c > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

초점의 좌표: $(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
 장축의 길이: $2a$, 단축의 길이: $2b$

② 두 초점 $F(0, c), F'(0, -c)$ 로부터의 거리의 합이 $2b$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } b > c > 0, a^2 = b^2 - c^2)$$

초점의 좌표: $(0, \pm\sqrt{b^2 - a^2})$
 장축의 길이: $2b$, 단축의 길이: $2a$

(3) 타원의 평행이동

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 타원의 방정식은

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

참고 타원을 평행이동하면 타원의 초점, 꼭짓점, 중심도 평행이동된다. 그러나 장축과 단축의 길이는 변하지 않는다.

등급업 TIP

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고 초점 F 를 지나는 직선과 타원의 두 교점을 A, B 라고 하면

① $a > b > 0$ 일 때,

$$\rightarrow \overline{AF'} + \overline{AF} = 2a,$$

$$\overline{BF'} + \overline{BF} = 2a$$

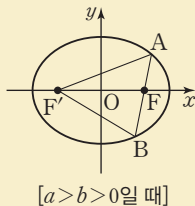
$\rightarrow \triangle AF'B$ 의 둘레의 길이는

$$4a$$

② $b > a > 0$ 일 때

$$\rightarrow \overline{AF'} + \overline{AF} = 2b, \overline{BF'} + \overline{BF} = 2b$$

$\rightarrow \triangle AF'B$ 의 둘레의 길이는 $4b$



[$a > b > 0$ 일 때]

009

출제율 ■■■■

타원 $16x^2 + 25y^2 = 400$ 의 한 초점의 좌표를 $(p, 0)$, 장축의 길이를 m , 단축의 길이를 n 이라고 할 때, $m+n+p$ 의 값은? (단, $p > 0$)

- ① 13 ② 15 ③ 17
 ④ 19 ⑤ 21

010

출제율 ■■■■

타원 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$ 과 두 초점을 공유하고 점 $P(6, 4)$ 를 지나는 타원의 단축의 길이를 구하여라.

011

출제율 ■■■■

타원 $4x^2 + 8x + 9y^2 - 54y + 49 = 0$ 의 두 초점의 좌표를 각각 $(a, b), (c, d)$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

012 학교 기출 신 유형

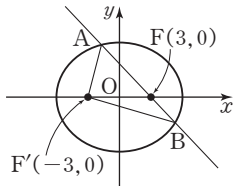
출제율

두 초점 F, F'이 x축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{a} = 1$ 위의 점 P가 $\overline{PF} = 9$ 를 만족시킨다. 점 F에서 선분 PF'에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{FH} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

013

출제율

오른쪽 그림과 같이 타원의 한 초점 F(3, 0)을 지나고 기울기가 0보다 작은 직선이 이 타원과 만나는 두 점을 A, B라고 하자. 이 타원의 다른 한 초점



F'(-3, 0)에 대하여 삼각형 ABF'의 둘레의 길이가 24일 때, 타원의 단축의 길이를 구하여라.

014

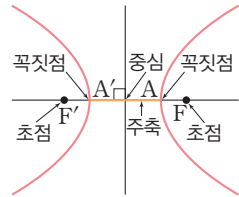
출제율

타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{13} = 1$ 과 원 $x^2 + y^2 = 36$ 의 교점 중 한 점을 P라 하고, 이 원과 x축과의 두 교점을 A, B라고 할 때, 삼각형 PAB의 넓이는?

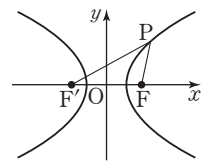
- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

개념 3 쌍곡선

(1) 쌍곡선의 정의: 평면 위의 두 점 F, F'으로부터의 거리의 차이가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 점 F, F'을 쌍곡선의 초점이라고 한다. 이때 두 초점 F, F'을 잇는 직선과 쌍곡선의 두 교점을 A, A'이라고 할 때, 두 점 A, A'을 쌍곡선의 꼭짓점, $\overline{AA'}$ 을 쌍곡선의 주축, $\overline{AA'}$ 의 중점을 쌍곡선의 중심이라고 한다.



참고 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = (\text{일정})$ (주축의 길이)



(2) 쌍곡선의 방정식

① 두 초점 F(c, 0), F'(-c, 0)으로부터의 거리의 차이가 2a인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } c > a > 0, b^2 = c^2 - a^2)$$

초점의 좌표: $(\pm\sqrt{a^2+b^2}, 0)$
 꼭짓점의 좌표: $(\pm a, 0)$, 주축의 길이: 2a

② 두 초점 F(0, c), F'(0, -c)로부터의 거리의 차이가 2b인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \quad (\text{단, } c > b > 0, a^2 = c^2 - b^2)$$

초점의 좌표: $(0, \pm\sqrt{a^2+b^2})$
 꼭짓점의 좌표: $(0, \pm b)$, 주축의 길이: 2b

(3) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 의 점근선의 방정식은

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

(곡선 위의 점이 한없이 가까워지는 직선)

(4) 쌍곡선의 평행이동

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = \pm 1 \quad (\text{복부호동순})$$

참고 쌍곡선을 평행이동하면 쌍곡선의 초점, 꼭짓점, 중심, 점근선도 평행이동된다. 그러나 주축의 길이는 변하지 않는다.



015

출제율

두 초점 $F(0, 2\sqrt{6})$, $F'(0, -2\sqrt{6})$ 으로부터의 거리의 차가 $4\sqrt{3}$ 인 쌍곡선의 방정식이 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 일 때, $(\frac{a}{b})^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

016

출제율

초점이 x 축 위에 있고 점근선의 방정식이 $y = \pm \frac{4}{3}x$ 이면서 점 $(3\sqrt{3}, 4)$ 를 지나는 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 30 ② 40 ③ 50
④ 60 ⑤ 70

017

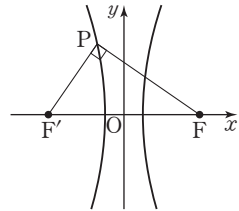
출제율

쌍곡선 $7x^2 - 9y^2 = 63$ 위의 점 $P(a, b)$ 와 두 초점 F, F' 에 대하여 삼각형 $PF'F$ 의 넓이가 $8\sqrt{7}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

018

출제율

오른쪽 그림은 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{60} = 1$ 의 그래프이다. $\angle FPF' = 90^\circ$ 일 때, |보기|에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



• 보기 •

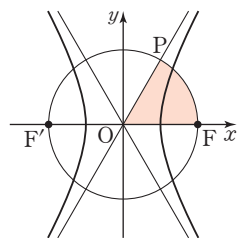
- ㄱ. $FF' = 16$
ㄴ. 삼각형 $PF'F$ 의 넓이는 64이다.
ㄷ. 세 점 P, F', F 를 동시에 지나는 원의 넓이는 64π 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

019 학교 기출 신 유형

출제율

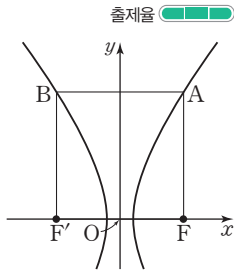
오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점 F, F' 을 지나면서 중심이 원점인 원이 있다. 이 원이 주어진 쌍곡선의 점근선과 제1사분면에서 만나는 교점을 P 라고 할 때, 부채꼴 POF 의 넓이는?



- ① $\frac{7}{3}\pi$ ② $\frac{8}{3}\pi$ ③ 3π
④ $\frac{10}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{3}\pi$

020 ○ 평가원 기출

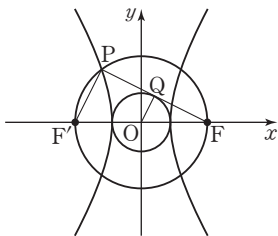
오른쪽 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A , 점 F' 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B 라고 하자. 사각형 $ABF'F$ 가 정사각형일 때, 정사각형 $ABF'F$ 의 대각선의 길이는?



- ① $3+2\sqrt{2}$ ② $5+\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$
- ④ $6+\sqrt{2}$ ⑤ $5+2\sqrt{2}$

021 ○ 학교 기출 신 유형

다음 그림과 같이 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{b} = 1$ 이 있다. 중심이 원점이고 두 초점을 지나는 원이 쌍곡선과 만나는 점 중에서 제2사분면에 있는 점을 P 라고 하자. 점 P 에서 중심이 원점이고 쌍곡선의 꼭짓점을 지나는 원에 그은 접선이 초점 F 를 지날 때, $\overline{FF'}$ 의 값은? (단, 점 Q 는 접점이고, b 와 점 F 의 x 좌표는 모두 양수이다.)



- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

개념 4 이차곡선

(1) 이차곡선

계수가 실수인 두 일차식의 곱으로 인수분해되지 않는 x, y 에 대한 이차방정식

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$$

(A, B, C, D, E, F 는 상수)

으로 나타내어지는 곡선을 이차곡선이라고 한다.

참고 원, 포물선, 타원, 쌍곡선은 모두 이차곡선이다.

등급업 TIP

이차방정식 $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ (A, B, C, D, E, F 는 상수)에서 $C=0$ 일 때, 다음과 같이 계수의 조건에 따라 곡선이 나타날 때 이 이차방정식은 원, 포물선, 타원, 쌍곡선 중 하나를 나타낸다.

- (1) $A=B, AB \neq 0 \Rightarrow$ 원
- (2) ($A=0, BD \neq 0$) 또는 ($B=0, AE \neq 0$) \Rightarrow 포물선
- (3) $AB > 0, A \neq B \Rightarrow$ 타원
- (4) $AB < 0 \Rightarrow$ 쌍곡선

022

출제율 ■■■

방정식 $kx^2 + (1-k)y^2 - 2y = 0$ 이 나타내는 도형이 타원이 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

023

출제율 ■■■

이차곡선 $(2+a)x^2 - y^2 + 8x + by + c = 0$ 이 초점의 좌표가 $(3, 4)$ 이고 준선이 y 축에 평행한 포물선일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값은?

- ① 15 ② 20 ③ 25
- ④ 30 ⑤ 35

개념 1 포물선

024

좌표평면에서 점 $P(-4, k)$ 와 초점이 F 인 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ}=\overline{QF}=20$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

025

포물선 $y^2=12x$ 의 초점을 F 라 하고 이 포물선과 직선 $y=2x+k$ 의 교점을 A, B 라고 하자. $\overline{AF}+\overline{BF}=27$ 일 때, 상수 k 의 값은?

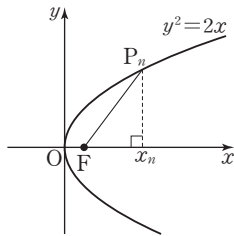
- ① -20 ② -19 ③ -18
- ④ -17 ⑤ -16

026 수학I 융합

초점이 F 인 포물선 $y^2=2x$ 위의 점 P_n 에 대하여

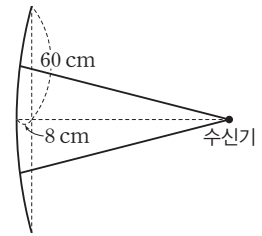
$$a_n = \overline{P_n F} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

라 하고 점 P_n 의 x 좌표를 x_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{300} (a_n - x_n)$ 의 값을 구하여라.



027

포물선을 축을 중심으로 회전시킬 때 만들어지는 면을 포물면이라고 하는데, 포물면은 축에 평행하게 들어온 빛이나 전파를 포물선의 초점에 모이게 한다. 포물면으로 이루어진 위



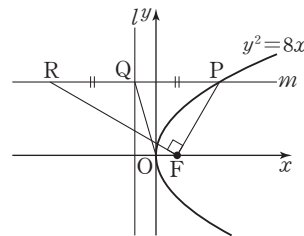
성방송 안테나는 초점의 위치에 수신기를 설치하여 미약한 전파가 잘 수신될 수 있게 만든 것이다. 어떤 위성방송 안테나의 단면이 위의 그림과 같은 포물선이고 그 초점에 수신기가 위치해 있을 때, 수신기와 포물선의 꼭짓점 사이의 거리는?

- ① $\frac{155}{2}$ cm ② $\frac{175}{2}$ cm ③ $\frac{195}{2}$ cm
- ④ $\frac{225}{2}$ cm ⑤ $\frac{255}{2}$ cm

028 학교기출 신유형

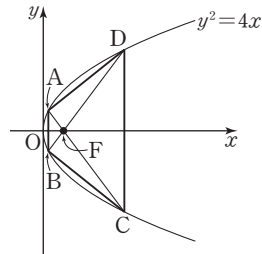
다음 그림과 같이 초점이 F 인 포물선 $y^2=8x$ 위의 한 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선 m 이 포물선의 준선 l 과 만나는 점을 Q 라고 하자. 직선 m 위의 $\overline{PQ}=\overline{QR}$ 인 점 R 에 대하여 $\angle PFR=90^\circ$ 일 때, 선분 OQ 의 길이를 구하여라.

(단, O 는 원점이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)



029 다빈출

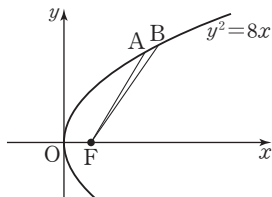
오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2=4x$ 위의 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD에 대하여 두 선분 AB, CD가 각각 y 축과 평행하다. 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 포물선의 초점 F와 일치하고 $\overline{DF}=5$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?



- ① $\frac{35}{2}$ ② 18 ③ $\frac{75}{4}$
 ④ $\frac{39}{2}$ ⑤ 20

030

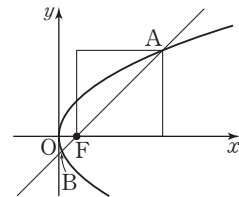
다음 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x 좌표는 2보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x 좌표가 5일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값은?



- ① 60 ② 64 ③ 68
 ④ 72 ⑤ 76

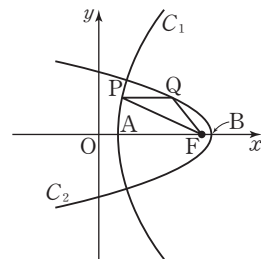
031 평가원 기출

다음 그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O이고, 초점이 F인 포물선과 점 F를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B라고 하자. 선분 AF를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 정수이다.)



032

다음 그림과 같이 점 F를 초점으로 공유하는 두 포물선 C_1, C_2 의 꼭짓점의 좌표가 각각 A(2, 0), B(8, 0)이다. 포물선 C_1 위의 한 점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 포물선 C_2 와 만나는 점을 Q라고 할 때, 삼각형 PFQ의 둘레의 길이는?
 (단, 점 P의 x 좌표는 점 Q의 x 좌표보다 작다.)

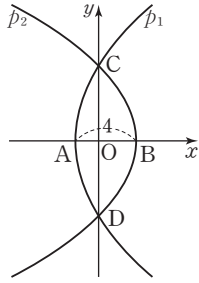


- ① 8 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13



033

오른쪽 그림과 같이 좌표평면에서 x 축 위의 두 점 A, B에 대하여 꼭짓점이 A, 초점이 B인 포물선 p_1 과 꼭짓점이 B, 초점이 원점 O인 포물선 p_2 가 y 축 위의 두 점 C, D에서 만난다. $\overline{AB}=4$ 일 때, 사각형 ADBC의 넓이는?

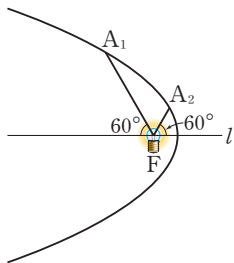


- ① $16(\sqrt{5}-1)$ ② $12(\sqrt{3}-1)$ ③ $8(\sqrt{5}-1)$
 ④ $4(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $4(\sqrt{5}+1)$

034 **학교 기출 신 유형**

다음 그림과 같이 전구 F를 초점으로 하는 포물선 궤도를 따라 전구 쪽으로 접근하고 있는 한 곤충 A가 있다. A와 F를 잇는 직선과 이 포물선의 궤도의 축 l 이 이루는 예각의 크기가 처음으로 60° 가 되는 지점을 A_1 이라고 하면 두 지점 A_1 과 F 사이의 거리는 60 cm이다. 이 곤충이 계속 포물선 궤도를 따라 전구 쪽으로 접근하여 A와 F를 잇는 직선과 이 포물선의 궤도의 축 l 이 이루는 예각의 크기가 두 번째로 60° 가 되는 지점을 A_2 라고 할 때, 두 지점 A_2 와 F 사이의 거리를 구하여라.

(단, 전구와 곤충의 크기는 무시한다.)



035

오른쪽 그림과 같이 두 원

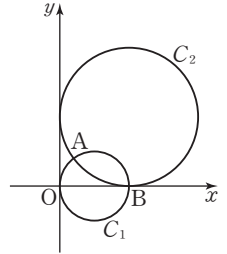
$$C_1: (x-2)^2 + y^2 = 4,$$

$$C_2: (x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$$

의 서로 다른 두 교점을 A, B라고

하자. 점 A를 초점으로 하고 y 축을 준선으로 하는 포물선을 p_1 , 점

B를 초점으로 하고 y 축을 준선으로 하는 포물선을 p_2 라고 할 때, 두 포물선 p_1, p_2 의 교점 사이의 거리는?



- ① 4 ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{5}$
 ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

개념 2 타원

036

오른쪽 그림과 같이 타원

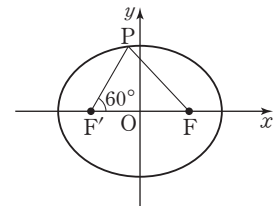
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

의 두 초점 F,

F' 과 타원 위의 한 점 P에 대

하여 $\angle PF'F = 60^\circ$ 라고 할

때, $\overline{PF'}$ 의 길이는?



- ① 4 ② $\frac{32}{7}$ ③ 5
 ④ $\frac{38}{7}$ ⑤ 6

037 <다빈출>

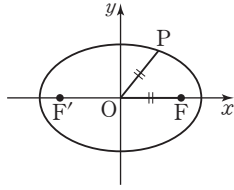
오른쪽 그림과 같이 타원

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$$

의 두 초점을 F, F' 이라고 하자. 이 타원 위의 점 P 가 $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족시킬 때,

$\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

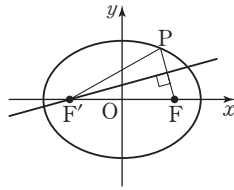


038 <학교기출신유형>

타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점

중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라고 하자. 이 타원 위의 점 P 에 대하여 선분

FP 의 수직이등분선이 점 F' 을 지날 때, 삼각형 $PF'F$ 의 넓이를 구하여라.



039 수학I <융합>

타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 x 좌표가 정수인 20개의 점을 각각 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{20}$ 이라 하고 이 타원의 한 초점을 F 라고 할 때, $\sum_{k=1}^{20} \overline{FA_k}$ 의 값을 구하여라.

040 <학교기출신유형>

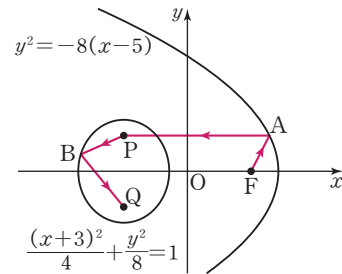
다음 그림과 같이 포물선 $y^2 = -8(x-5)$ 와 타원

$$\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$$

이 있다. 포물선의 초점 F 에서 나온 빛이 포물선 위의 점 A 에서 반사되어 x 축과 평행하게 진행하여 타원의 한 초점 P 에서 방향을 바꾸어 진행하다가 타원 위의 점 B 에서 반사되어 타원의 다른 한 초점 Q 에 도착할 때, 빛이 움직인 거리

$\overline{FA} + \overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BQ}$ 를 구하여라.

(단, 점 A 는 제1사분면 위의 점이다.)



041

원 $C_1: (x+3)^2 + y^2 = 81$ 에 내

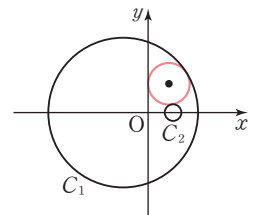
접하고 원 $C_2: (x-3)^2 + y^2 = 1$ 에

외접하는 원의 중심의 집합이 나타내는 도형은 타원이다.

이 타원의 장축의 길이를 $2a$,

단축의 길이를 $2b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

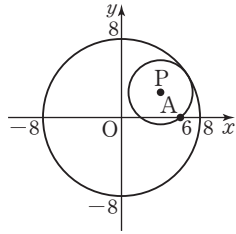




042

오른쪽 그림과 같이 원

$x^2 + y^2 = 64$ 에 내접하면서 점 $A(6, 0)$ 을 지나는 원의 중심을 P 라고 하자. |보기|에서 점 P 가 그리는 도형에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



(단, O는 원점이다.)

• 보기 •

ㄱ. $\overline{PO} + \overline{PA} = 8$

ㄴ. 점 P 가 그리는 도형은 포물선이다.

ㄷ. 도형의 방정식은 $7(x-3)^2 + 16y^2 = 112$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

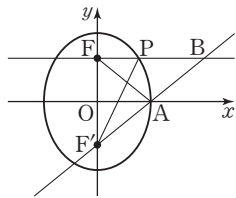
043 평가원 기출

오른쪽 그림과 같이 두 점

$F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 를 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 이 x

축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 A 라고 하자. 직선

$y=c$ 가 직선 AF' 과 만나는 점을 B , 직선 $y=c$ 가 타원과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 P 라고 하자. 삼각형 BPF' 의 둘레의 길이와 삼각형 BFA 의 둘레의 길이의 차이가 4일 때, 삼각형 $AF F'$ 의 넓이는?



(단, $0 < a < 5$, $c > 0$)

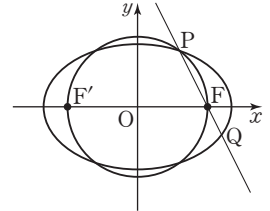
- ① $5\sqrt{6}$ ② $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ ③ $4\sqrt{6}$
 ④ $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

044

오른쪽 그림과 같이 원

$x^2 + y^2 = 20$ 이 x 축과 만나는 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 이 타원과 원

$x^2 + y^2 = 20$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고 직선 PF 가 타원과 제4사분면에서 만나는 점을 Q 라고 할 때, 선분 FQ 의 길이는?



(단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

045

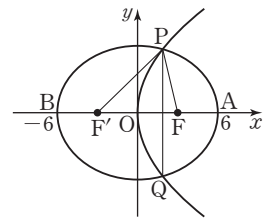
오른쪽 그림과 같이 두 점

$A(6, 0)$, $B(-6, 0)$ 에 대하여 장축이 선분 AB 인 타원의 두 초점을 F, F' 이라고 하자.

초점이 F 이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 이 타원과 만나는 두 점 P, Q 에 대하여

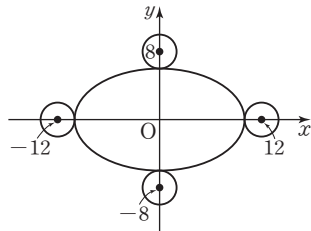
$\overline{PQ} = 4\sqrt{6}$ 일 때, $\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값은?

- ① 31 ② 32 ③ 33
 ④ 34 ⑤ 35



046

다음 그림과 같이 좌표평면 위에 중심의 좌표가 각각 $(12, 0)$, $(-12, 0)$, $(0, 8)$, $(0, -8)$ 이고 반지름의 길이가 모두 같은 4개의 원에 동시에 접하고, 초점이 x 축 위에 있는 타원이 있다. 이 타원의 두 초점 사이의 거리가 16일 때, 장축의 길이 a 와 단축의 길이 b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



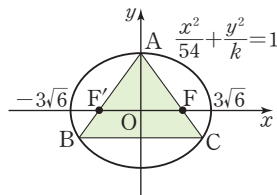
047

오른쪽 그림과 같이 타원

$$\frac{x^2}{54} + \frac{y^2}{k} = 1$$

의 두 초점 F, F' 이 x 축 위에 있고 한 꼭짓점 A 가 y 축 위에 있다. 직선 AF' 이 제3사분면에서 타원

과 만나는 점을 B 라 하고 직선 AF 가 제4사분면에서 타원과 만나는 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 무게중심이 원점 O 이다. 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



(단, k 는 상수이다.)

개념 3 쌍곡선

048

쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$ 과 포물선 $y^2 = 4px$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 p 의 값의 곱을 구하여라.

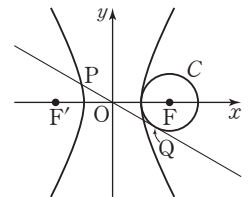
049

오른쪽 그림과 같이 쌍곡선

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

의 두 초점이 F, F' 이고, 점 F 를 중심으로 하는 원 C 는 쌍곡선과 한 점에서 만난다. 제2사분면에 있는 쌍곡선

위의 점 P 에서 원 C 에 접선을 그었을 때, 그 접점을 Q 라고 하자. $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$ 일 때, 선분 PF' 의 길이를 구하여라. (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)

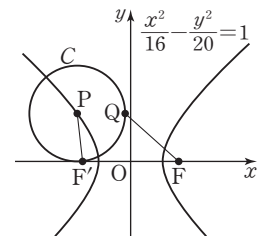


050

오른쪽 그림과 같이 쌍곡선

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$$

의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P 를 중심으로 하고 선분 PF' 을 반지름으로 하는 원을 C 라고 하자. 원 C 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 FQ 의 길이의 최댓값이 20일 때, 원 C 의 넓이를 구하여라. (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$)





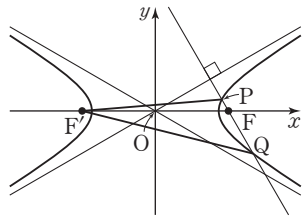
051 다빈출

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 음수인 점을 A라고 하자. 점 B(0, $2\sqrt{6}$)과 제1사분면에 있는 이 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

052

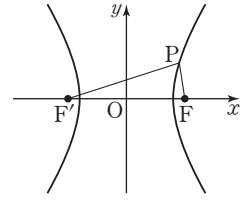
쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점을 F(c, 0), F'(-c, 0) ($c > 0$)이라고 하자. 다음 그림과 같이 점 F를 지나고 쌍곡선의 한 점근선과 수직인 직선이 이 쌍곡선과 만나는 두 점을 P, Q라고 할 때, 삼각형 F'PQ의 둘레의 길이는?



- ① $14\sqrt{2}$ ② 20 ③ $4\sqrt{13}$
④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $15\sqrt{2}$

053

두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 PF'F가 이등변삼각형이다. 점 P가 제1사분면 위의 점일 때, 점 P의 좌표를 구하여라.



054 학교 기출 신 유형 수학I 융합

점 P(3, 0)을 지나고 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 과 $x \geq 0$ 인 부분에서 만나는 두 점을 각각 A, B라고 하자. 두 점 A, B와 점 C(-3, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 세 변의 길이 \overline{CA} , \overline{AB} , \overline{BC} 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이를 구하여라.

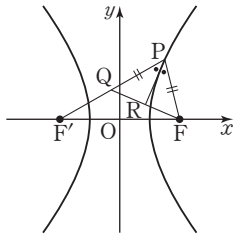
055 ◀ 평가원 기출

평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다. $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는?

- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
- ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

056

쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점을 각각 F, F'이라고 하자. 이 쌍곡선 위의 임의의 점 P에 대하여 다음 그림과 같이 선분 F'P 위에 $\overline{PF} = \overline{PQ}$ 인 점 Q를 잡고 $\angle QPF$ 의 이등분선이 선분 QF와 만나는 점을 R라고 하자. 점 P가 제1사분면에 있는 쌍곡선 위를 움직일 때, 점 R가 그리는 도형의 길이는?



- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ π

개념 4 이차곡선

057

이차곡선 $x^2 + ay^2 + 2x + by + 2 = 0$ 에 대하여 |보기|에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

• 보기 •

- ㄱ. $a=1, b>2$ 이면 원이다.
- ㄴ. $a=0, b=-4$ 이면 제1사분면과 제2사분면을 지나는 포물선이다.
- ㄷ. $a=-1$ 이면 주축이 x 축에 평행한 쌍곡선이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

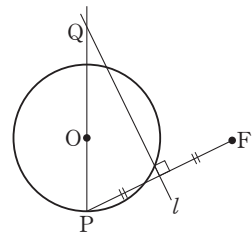
058 ▶ 다빈출

이차곡선 $x^2 - 6x + 16y^2 - 7 = 0$ 과 중심이 (3, 0)이고 반지름의 길이가 r 인 원이 서로 다른 네 점에서 만날 때, r 의 값의 범위는?

- ① $1 < r < 2$ ② $0 \leq r < 3$ ③ $1 < r < 4$
- ④ $0 < r \leq 4$ ⑤ $r \geq 3$

059

중심이 O인 원 밖의 한 점 F와 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 PF의 수직이등분선 l 이 반직선 PO와 만나는 점을 Q라고 하자. 점 P가 원 위를 한 바퀴 돌 때, 점 Q는 다음 중 어떤 도형 위를 움직이는가?



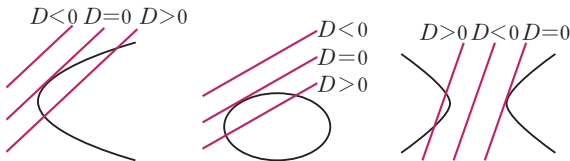
- ① 선분 ② 원 ③ 포물선
- ④ 타원 ⑤ 쌍곡선

개념 1 이차곡선과 직선의 위치 관계

(1) 이차곡선과 직선의 위치 관계

이차곡선의 방정식과 직선의 방정식에서 한 문자를 소거하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 이차곡선과 직선의 위치 관계는 다음과 같다.

- ① $D > 0 \iff$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0 \iff$ 한 점에서 만난다. (접한다.)
- ③ $D < 0 \iff$ 만나지 않는다.



060

출제율 ■■■

직선 $y = mx + 3$ 이 포물선 $y^2 = 8x$ 와 만나지 않을 때, 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $m < -\frac{2}{3}$
- ② $-1 < m < 0$
- ③ $-\frac{2}{3} < m < \frac{2}{3}$
- ④ $m > \frac{2}{3}$
- ⑤ $0 < m < 2$

061

출제율 ■■■

실수 k 에 대하여 직선 $y = kx + k$ 와 포물선 $y^2 = 4x$ 의 교점의 개수를 $f(k)$ 라고 할 때,

$$f(-2) + f(-1) + f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(0) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1)$$

의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

062

출제율 ■■■

타원 $x^2 + 8y^2 = 12$ 와 직선 $y = x + k$ 가 접할 때, 모든 실수 k 의 값의 곱을 구하여라.

063

출제율 ■■■

직선 $y = mx + 3$ 이 타원 $4x^2 + y^2 - 8x = 0$ 과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $m < -\frac{5}{6}$
- ② $m < -\frac{2}{3}$
- ③ $m > 0$
- ④ $m > \frac{2}{3}$
- ⑤ $m > \frac{5}{6}$

064

출제율 ■■■

쌍곡선 $4x^2 - y^2 = 12$ 에 대하여 |보기|에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

• 보기 •

- ㄱ. 직선 $x - 2y + 3 = 0$ 과 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ㄴ. 직선 $3x - y + 2 = 0$ 과 만나지 않는다.
- ㄷ. 직선 $4x - y + 6 = 0$ 과 한 점에서 만난다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 2 포물선의 접선의 방정식

(1) 기울기가 주어진 포물선의 접선의 방정식

① 포물선 $y^2=4px$ 에 접하고 기울기가 $m(m \neq 0)$ 인

접선의 방정식은

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

참고 기울기가 0인 직선, 즉 포물선 $y^2=4px$ 의 축에 평행한 직선은 포물선 $y^2=4px$ 와 항상 한 점에서 만나지만 접선은 아니다.

② 포물선 $x^2=4py$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y = mx - pm^2$$

(2) 포물선 위의 점에서의 접선의 방정식

① 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$y_1y = 2p(x+x_1) \quad \leftarrow y^2 \text{ 대신 } y_1y, x \text{ 대신 } \frac{1}{2}(x+x_1) \text{ 을 대입}$$

② 포물선 $x^2=4py$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$x_1x = 2p(y+y_1) \quad \leftarrow x^2 \text{ 대신 } x_1x, y \text{ 대신 } \frac{1}{2}(y+y_1) \text{ 을 대입}$$

등급업 TIP

포물선 밖의 점에서 그은 접선의 방정식
포물선 $y^2=4px$ 밖의 한 점 (a, b) 에서 그은 접선의 방정식은 다음의 두 가지 방법을 이용한다.

[방법 1] 접선의 기울기를 m 으로 놓고 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (a, b) 를 지남을 이용한다.

[방법 2] 곡선 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (a, b) 를 지남을 이용한다.

065

출제율

포물선 $y^2=4x$ 에 접하고 기울기가 2인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

066

출제율

직선 $y = -\frac{1}{3}x$ 에 수직이고 포물선 $y^2=12x$ 에 접하는 직선이 점 $(-2, a)$ 를 지날 때, a 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

067

출제율

포물선 $y^2=8x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 1일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

068

출제율

포물선 $y^2=2x$ 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선에 수직이고 이 포물선의 초점을 지나는 직선의 y 절편은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



069

출제율

점 $(-2, 1)$ 에서 포물선 $y^2=12x$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱을 구하여라.

070

출제율

포물선 $x+2y-y^2=1$ 위의 점 $(4, 3)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

071

학교 기출 신 유형

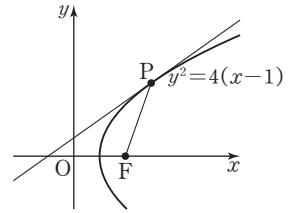
출제율

포물선 $y^2=ax$ 의 초점과 포물선 위의 점 (a, a) 에서의 접선 사이의 거리를 b 라고 할 때, $\frac{a\sqrt{5}}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

072 **교육청 기출**

출제율

포물선 $y^2=4(x-1)$ 위의 점 P 는 제1사분면 위의 점이고 초점 F 에 대하여 $\overline{PF}=3$ 이다. 포물선 위의 점 P 에서의 접선의 기울기는?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

073

출제율

포물선 $y^2=8x$ 위의 임의의 점과 직선 $x+y+4=0$ 사이의 거리의 최솟값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

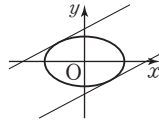
개념 3 타원의 접선의 방정식

(1) 기울기가 주어진 타원의 접선의 방정식

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

참고 한 타원에 대하여 기울기가 같은 접선은 두 개이다.



(2) 타원 위의 점에서의 접선의 방정식

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

← x^2 대신 $x_1 x$, y^2 대신 $y_1 y$ 를 대입

등급업 TIP

타원 밖의 점에서 그은 접선의 방정식
 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 밖의 한 점 (p, q) 에서 그은 접선의 방정식은 다음의 두 가지 방법을 이용한다.
 [방법 1] 접선의 기울기를 m 으로 놓고 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (p, q) 를 지남을 이용한다.
 [방법 2] 곡선 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (p, q) 를 지남을 이용한다.

074

출제율

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 에 접하고 직선 $x + 2y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, 상수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 26 ② 27 ③ 28
- ④ 29 ⑤ 30

075

출제율

직선 $y = -2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 타원 $2x^2 + y^2 = 8$ 에 접할 때, 모든 k 의 값의 곱은?

- ① -5 ② $-\frac{21}{4}$ ③ $-\frac{11}{2}$
- ④ $-\frac{23}{4}$ ⑤ -6

076

출제율

타원 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선과 x 축과의 교점의 좌표가 $(6, 0)$ 일 때, $a^2 + 3b^2$ 의 값을 구하여라.

077

출제율

타원 $4x^2 + 3y^2 = 12$ 위의 점과 직선 $y = x + 5$ 사이의 거리의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$
- ④ 10 ⑤ $5\sqrt{5}$



078

출제율

타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 $(3, \frac{7}{4})$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q라 하고, 타원의 두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)에서 이 접선에 내린 수선의 발을 각각 R, S라고 할 때, $\frac{QS}{QR}$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{22}{7}$ ③ $\frac{23}{7}$
- ④ $\frac{24}{7}$ ⑤ $\frac{25}{7}$

079 교육청 기출

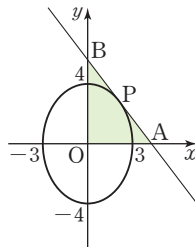
출제율

점 A(6, 4)에서 타원 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 B, C라고 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

080 학교 기출 신 유형

출제율

오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 최소일 때의 점 P의 좌표를 구하여라.



(단, O는 원점이고 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)

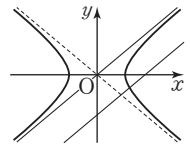
개념 4 쌍곡선의 접선의 방정식

(1) 기울기가 주어진 쌍곡선의 접선의 방정식

- ① 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2} \quad (\text{단, } a^2m^2 - b^2 > 0)$$

참고 $a^2m^2 - b^2 < 0$ 이면 접선이 존재하지 않고, $a^2m^2 - b^2 = 0$, 즉 $m = \pm \frac{b}{a}$ 이면 직선은 쌍곡선의 점근선과 일치하거나 평행하므로 쌍곡선과 만나지 않거나 한 점에서 만난다.



- ② 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y = mx \pm \sqrt{b^2 - a^2m^2} \quad (\text{단, } b^2 - a^2m^2 > 0)$$

(2) 쌍곡선 위의 점에서의 접선의 방정식

- ① 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$$

x^2 대신 x_1x , y^2 대신 y_1y 를 대입

- ② 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = -1$$

x^2 대신 x_1x , y^2 대신 y_1y 를 대입

등급업 TIP

쌍곡선 밖의 점에서 그은 접선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 밖의 한 점 (p, q) 에서 그은 접선의 방정식은 다음의 두 가지 방법을 이용한다.

[방법 1] 접선의 기울기를 m 으로 놓고 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (p, q) 를 지남을 이용한다.

[방법 2] 곡선 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식을 구한 후 이 접선이 점 (p, q) 를 지남을 이용한다.

081

출제율

쌍곡선 $3x^2 - ay^2 = -12$ 위의 점 $(1, b)$ 에서의 접선이 점 $(0, -4)$ 를 지날 때, $5a + b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

082

출제율

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 $A(8, 3\sqrt{3})$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라고 하자. 이 쌍곡선의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F 라고 할 때, 삼각형 FAB 의 넓이를 구하여라.

083

출제율

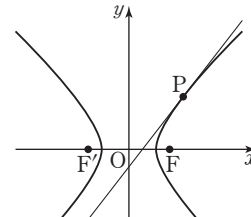
직선 $y = 2x - 5$ 가 쌍곡선 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{3} = 1$ 에 접할 때, 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는?

- ① $2\sqrt{7}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 6
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

084 평가원 기출

출제율

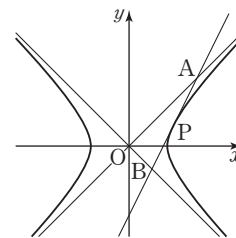
다음 그림과 같이 두 초점이 $F(3, 0), F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ 에서의 접선과 x 축과의 교점이 선분 $F'F$ 를 $2:1$ 로 내분할 때, k^2 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)



085

출제율

다음 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 4$ 위의 점 P 에서의 접선이 이 쌍곡선의 두 점근선과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{OA} \times \overline{OB}$ 의 값은?

(단, O 는 원점이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

개념 1 이차곡선과 직선의 위치 관계

086

직선 $y=k(x+1)-2$ 가 포물선 $y^2=8x$ 와 만나도록 하는 상수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

087

두 집합

$$A = \{(x, y) \mid (y-2)^2 = 4x, x, y \text{는 실수}\},$$

$$B = \{(x, y) \mid x - 3y + 3a = 0, x, y \text{는 실수}\}$$

에 대하여 $n(A \cap B) = 2$ 를 만족시키는 자연수 a 의 개수를 구하여라.

088

직선 $y=mx+k$ 가 실수 m 의 값에 관계없이 항상 포물선 $y^2=2x+10$ 과 만나도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 1 ② 3 ③ 6
- ④ 10 ⑤ 15

089 <다빈출>

직선 $y=3x+k$ 가 포물선 $y^2=4x$ 와는 만나지 않고 포물선 $y^2=4(x+2)$ 와는 서로 다른 두 점에서 만날 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

090

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ 이 직선 $y=3x+k$ 와는 서로 다른 두 점에서 만나고, 직선 $y=-x+k$ 와는 만나지 않을 때, 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

091

직선 $x+y-1=0$ 이 타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 에 의하여 잘린 선분의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{8\sqrt{2}}{5}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{2}}{5}$

092

타원 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 과 직선 $y=x+k$ 가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.)

- ① $-\frac{10}{3}$ ② -4 ③ $-\frac{14}{3}$
 ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ -6

093 [학교기출 신유형]

타원 $ax^2+by^2=1$ 은 직선 $x+y=1$ 과 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=2\sqrt{2}$ 이고 선분 AB의 중점 C와 타원의 중심 O를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, 두 상수 a, b 의 값을 구하여라.

094 수학II 융합

쌍곡선 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 과 직선 $y=mx$ 의 교점의 개수를 $f(m)$ 이라고 할 때, |보기|에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

• 보기 •

ㄱ. $m = \pm \frac{3}{4}$ 이면 $f(m) = 1$ 이다.

ㄴ. $-\frac{3}{4} < m < \frac{3}{4}$ 이면 $f(m) = 2$ 이다.

ㄷ. $m < -\frac{3}{4}$ 이면 $f(m) = 2$ 이다.

ㄹ. $\lim_{m \rightarrow -\frac{3}{4}^+} f(m) + \lim_{m \rightarrow -\frac{3}{4}^-} f(m) = 4$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

095

점 $P\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$ 를 지나는 직선이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 과 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 P가 선분 AB의 중점일 때, 직선 AB의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{8}x + \frac{7}{6}$ ② $y = \frac{1}{4}x + 1$
 ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$ ④ $y = x$
 ⑤ $y = 2x - \frac{4}{3}$



096 학교 기출 **신 유형**

두 집합

$$A = \{(x, y) \mid (2x^2 + y^2 - 2)(4x^2 - y^2 + 4) = 0\},$$

$$B_m = \{(x, y) \mid y = mx + \sqrt{3}, m \text{은 양수}\}$$

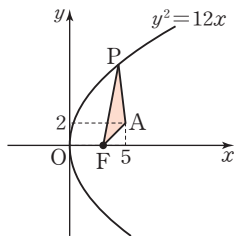
에 대하여 $n(A \cap B_m) = 3$ 이 되도록 하는 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

개념 2 포물선의 접선의 방정식

097

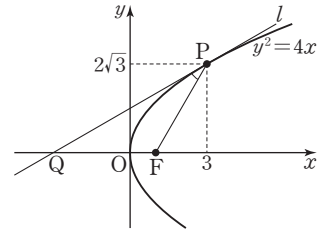
오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점을 F라고 할 때, 이 포물선 위의 점 P와 점 A(5, 2)에 대하여 삼각형 PFA의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



- ① $2\sqrt{7}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 6
- ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

098

다음 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F라 하고, 포물선 위의 점 $P(3, 2\sqrt{3})$ 에서의 접선을 l , 직선 l 과 x 축과의 교점을 Q라고 할 때, $\angle QPF$ 의 크기는?



- ① 15° ② 30° ③ 40°
- ④ 60° ⑤ 75°

099

점 $P(-1, 2)$ 에서 포물선 $y^2 = 8x$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라고 하자. 삼각형 APB의 무게중심을 G라 하고, 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 F라고 할 때, 선분 GF의 길이는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

100

포물선 $y^2=4px$ 위의 점과 직선 $y=p(x-3)$ 사이의 거리의 최솟값이 1일 때, $4p$ 의 값을 구하여라.

(단, p 는 0이 아닌 실수이다.)

101

원 $(x-2)^2+y^2=4$ 와 포물선 $y^2=-8x$ 에 동시에 접하는 직선이 세 개일 때, 이 세 직선으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

- ① $10\sqrt{3}$ ② $11\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
 ④ $13\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{3}$

102 다빈출

포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에서의 접선과 포물선 $x^2=16y$ 위의 점 Q에서의 접선이 서로 평행하다. 점 P의 x 좌표가 점 Q의 x 좌표보다 작을 때, 삼각형 POQ의 넓이를 구하여라. (단, O는 원점이고, 두 점 P, Q는 제1사분면 위에 있다.)

103

원 $(x+\frac{5}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2=5$ 위의 점 P와 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이의 최솟값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

104 학교 기출 신 유형

포물선 $x^2=4y$ 의 초점을 F라 하고, 이 포물선에 접하면서 기울기가 $\sqrt{3}$ 인 직선을 l 이라고 하자. 이때 중심이 포물선 $x^2=4y$ 위에 있고 점 F를 지나면서 직선 l 에 접하는 원이 두 개 존재한다. 이 두 원의 반지름의 길이의 합은?

- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 20



105 평가원 기출

두 양수 k, p 에 대하여 점 $A(-k, 0)$ 에서 포물선 $y^2=4px$ 에 그은 두 접선이 y 축과 만나는 점을 각각 F, F' , 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PAQ=60^\circ$ 이다. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 두 점 P, Q 를 지나는 타원의 장축의 길이가 $4\sqrt{3}+12$ 일 때, $k+p$ 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

개념 3 타원의 접선의 방정식

106

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 $(-1, 2\sqrt{3})$ 에서의 접선이 포물선 $y^2=ax$ 에 접할 때, 양수 a 의 값은?

- ① 20 ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{62}{3}$
 ④ 21 ⑤ $\frac{64}{3}$

107

타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 밖의 한 점 $A(a, 0)$ 에서 타원에 그은 접선의 접점을 P 라고 할 때, $\overline{OA} = \overline{AP}$ 가 성립하도록 하는 상수 a 에 대하여 $14a^2$ 의 값을 구하여라.
 (단, O 는 원점이다.)

108

타원 $\frac{x^2}{9} + ky^2 = 1$ 의 한 초점을 지나고 이 타원 위의 점 (a, b) 에서의 접선에 수직인 직선의 방정식은 $y=3x+3\sqrt{3}$ 이다. 상수 a, b, k 에 대하여 abk 의 값을 구하여라. (단, $k > \frac{1}{9}, a > 0$)

109

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 초점 중 y 좌표가 양수인 초점을 F 라 하고, x 좌표가 양수인 꼭짓점을 A 라고 하자. 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1$ 위의 점 P 에서의 접선이 직선 FA 에 수직일 때, 점 P 의 x 좌표와 y 좌표의 곱을 구하여라.
 (단, 점 P 는 제4사분면 위의 점이다.)

110 **다빈출**

두 점 $A(0, -3)$, $B(2, 0)$ 과 A, B 가 아닌 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 삼각형 ABP 의 넓이의 최댓값은?

- ① $3 + \sqrt{2}$ ② $3 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 + 3\sqrt{2}$
 ④ $3 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $3 + 5\sqrt{2}$

111

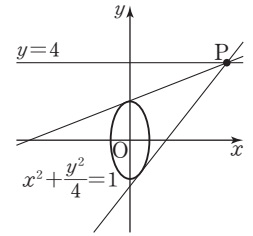
점 $P(a, 2b)$ 에서 타원 $x^2 + 4y^2 = 16$ 에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, a, b 사이의 관계식은?

- ① $b^2 = 16a$ ② $a^2 + b^2 = 16$
 ③ $a^2 + b^2 = 20$ ④ $a^2 + 4b^2 = 20$
 ⑤ $a^2 - 4b^2 = 20$

112

직선 $y=4$ 위의 점 P 에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{2}$ 이다. 점 P 의 x 좌표를 k 라고 할 때, k^2 의 값은?

- ① 17 ② 19 ③ 21
 ④ 23 ⑤ 25



113

오른쪽 그림과 같이 타원

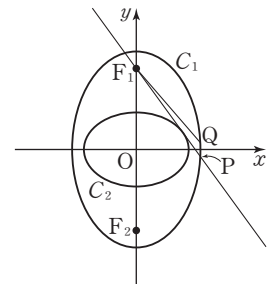
$$C_1: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{7} = 1 \text{의 한 초점}$$

F_1 을 지나면서 타원

$$C_2: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \text{에 접하는 직}$$

선이 타원 C_1 과 제4사분면에 서 만나는 점을 P 라고 하자.

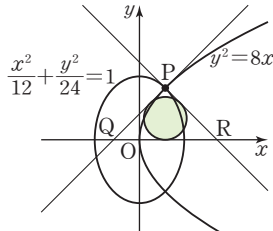
$\overline{PF_1} + \overline{QF_1} = 2\sqrt{7}$ 을 만족시키는 타원 C_1 위의 제1사분면 위의 점 Q 와 타원 C_1 의 또 다른 초점 F_2 를 지나는 직선 l 의 방정식이 $ax + by - 4 = 0$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. (단, 초점 F_1 의 y 좌표는 양수이고, 초점 F_2 의 y 좌표는 음수이다.)





114 학교 기출 **신** 유형

다음 그림과 같이 포물선 $y^2=8x$ 와 타원 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{24}=1$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서 포물선과 타원에 각각 그은 두 접선이 x축과 만나는 점을 각각 Q, R라고 하자. 삼각형 PQR에 내접하는 원의 넓이를 구하여라.



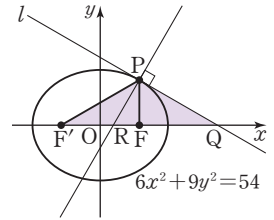
115

쌍곡선 $\frac{x^2}{4a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에 평행하고 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을 l 이라고 하자. 원점과 직선 l 사이의 거리가 2일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2}$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

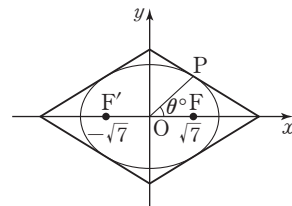
116 수학I **융합**

오른쪽 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $6x^2 + 9y^2 = 54$ 위를 움직이는 점 P에서의 접선 l 이 x축과 만나는 점을 Q, 점 P를 지나고 접선 l 과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 R라고 하자. 세 삼각형 PRF, PF'R, PFQ의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 삼각형 PF'Q의 넓이를 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



117 학교 기출 **신** 유형

다음 그림과 같이 두 점 $F(\sqrt{7}, 0)$, $F'(-\sqrt{7}, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원에 외접하는 마름모가 있다. 이 타원과 마름모가 접하는 제1사분면 위의 점을 P라 하고, $\angle POF = \theta^\circ$ 라고 하자. 마름모의 둘레의 길이의 최솟값을 m , 그때의 $\tan \theta^\circ$ 의 값을 n 이라고 할 때, $m \times n$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $9\sqrt{3}$ ② $\frac{19\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{19\sqrt{7}}{2}$
- ④ $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{21\sqrt{7}}{2}$

개념 4 쌍곡선의 접선의 방정식

118

점 $P(0, a)$ ($a \neq 0$)에서 쌍곡선 $x^2 - 8y^2 = 8$ 에 그은 두 접선의 기울기를 각각 m_1, m_2 라고 하자. $m_1 m_2 > -3$ 을 만족시키는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 또는 $0 < a < \beta$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

119

쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 $(n, \sqrt{8n^2 - 8})$ 에서의 접선과 x 좌표가 양수인 초점 F 사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 보다 작도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하여라.

120

타원 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 은 점 $P(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 에서 만나고 점 P 에서의 타원의 접선과 쌍곡선의 접선이 서로 수직일 때, 양수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

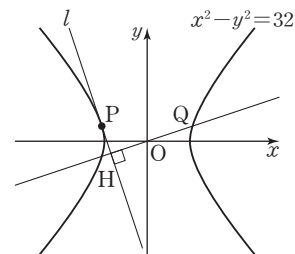
121 <다빈출>

쌍곡선 $x^2 - 2y^2 = -2$ 위의 점 $(-2, \sqrt{3})$ 에서의 접선에 수직이고, 점 $(-3, -\sqrt{3})$ 을 지나는 직선 위의 임의의 점을 (a, b) 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 최솟값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 3
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

122 <평가원 기출>

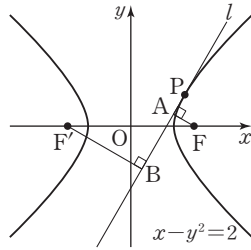
다음 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 32$ 위의 점 $P(-6, 2)$ 에서의 접선 l 에 대하여 원점 O 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H , 직선 OH 와 이 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 Q 라고 하자. 이때 $\overline{OH} \times \overline{OQ}$ 의 값을 구하여라.





123

오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 2$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선 l 에 대하여 쌍곡선의 두 초점 F, F' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, 선분 AB 의 길이가 2이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.



(단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

124

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 타원 $\frac{(x+2)^2}{8} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

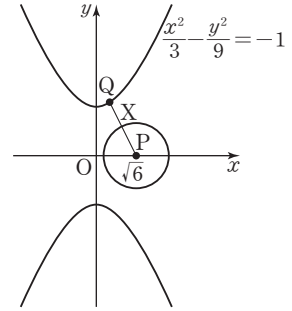
125 교육청 기출

좌표평면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의 방정식이 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 이고 한 초점이 $F(4\sqrt{3}, 0)$ 이다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라고 하자. 쌍곡선 위의 점 P 에서의 접선의 기울기는? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

126 수학I 융합

오른쪽 그림과 같이 점 $P(\sqrt{6}, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 쌍곡선 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = -1$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 선분 PQ 가 원과 만나는 점을 X 라고 할 때, 점 X 가 움직이는 자취의 길이를 구하여라.



127 학교 기출 신 유형

다음 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 6$ 에 접하는 평행한 두 직선 l_1, l_2 가 있다. 두 직선 l_1, l_2 가 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 6$ 의 두 점근선과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하여라.

