

...

풍샘비법으로 모든 유형을 대비하는
문제기본서

풍산자 필수유형

...

서술유형 집중연습

...

I . 실수와 그 계산	2
II . 인수분해와 이차방정식	14
III . 이차함수	30

중학수학 3-1



2. 제곱근이 자연수가 될 조건

→ 유형 009

예제 두 수 m, n 이 자연수일 때, $\sqrt{240m} = n$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m 과 그때의 n 의 값의 합 $m+n$ 의 값을 구하여라. [8점]

풀이 **step 1** 240을 소인수분해하기

[2점]

→ $240 = \underline{\hspace{2cm}}$

step 2 m 의 값 구하기 [3점]

→ n 이 자연수가 되려면 $240 \times m = \underline{\hspace{2cm}} \times m$ 에서 소인수의 지수가 모두 $\underline{\hspace{1cm}}$ 이어야 하므로 가장 작은 자연수 m 은 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

step 3 n 의 값 구하기 [2점]

→ $n = \sqrt{240 \times \underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$

step 4 $m+n$ 의 값 구하기 [1점]

→ $\therefore m+n = \underline{\hspace{2cm}}$

유제 2-1 → 유형 009

$10 \leq x < 100$ 일 때, $\sqrt{504x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라. [8점]

풀이

step 1 504를 소인수분해하기 [2점]

$504 = \underline{\hspace{2cm}}$

step 2 $\sqrt{504x}$ 가 자연수가 되는 조건 구하기 [3점]

$\sqrt{504x}$ 가 자연수가 되려면 $504 \times x = \underline{\hspace{2cm}} \times x$ 에서 소인수의 지수가 모두 $\underline{\hspace{1cm}}$ 이어야 하므로 자연수 x 는 $x = \underline{\hspace{1cm}} \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

step 3 x 의 값 구하기 [3점]

x 의 값의 범위가 $10 \leq x < 100$ 이므로 조건을 만족하는 자연수 x 의 값은 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 또는 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

유제 2-2 → 유형 012

$\sqrt{49-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [6점]

풀이

step 1 $\sqrt{49-x}$ 가 정수가 되는 조건 찾기 [2점]

$\sqrt{49-x}$ 가 정수가 되려면 $49-x$ 는 0 또는 49보다 작은 제곱수이어야 한다.
 즉, $49-x = \underline{\hspace{2cm}}$

step 2 x 의 값 구하기 [3점]

조건을 만족하는 자연수 x 는 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

step 3 x 의 개수 구하기 [1점]

따라서 자연수 x 는 $\underline{\hspace{1cm}}$ 개이다.

(1-4) 주어진 단계에 맞게 답안을 작성하여라.

1 $(-6)^2$ 의 양의 제곱근을 A , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하여라. [7점]

풀이

step1: A 의 값 구하기 [3점]

step2: B 의 값 구하기 [3점]

step3: $A-B$ 의 값 구하기 [1점]

답 _____

2 다음 수의 제곱근을 구할 때, 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [8점]

5, $\sqrt{9}$, 2.56, $2.\dot{7}$, $\frac{121}{25}$, $\sqrt{16}$

풀이

step1: 각 수의 제곱근 구하기 [각 1점]

step2: 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수가 모두 몇 개인지 구하기 [2점]

답 _____

3 $\sqrt{\frac{160}{m}}=n$ 이라 할 때, n 이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 m 과 그때의 n 의 값의 합 $m+n$ 의 값을 구하여라. [8점]

풀이

step1: 160을 소인수분해하기 [2점]

step2: m 의 값 구하기 [3점]

step3: n 의 값 구하기 [2점]

step4: $m+n$ 의 값 구하기 [1점]

답 _____

4 $\sqrt{99-2a}-\sqrt{7+2b}$ 가 가장 큰 정수가 되도록 하는 자연수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라. [7점]

풀이

step1: a 의 값 구하기 [3점]

step2: b 의 값 구하기 [3점]

step3: $a-b$ 의 값 구하기 [1점]

답 _____



[5-8] 풀이 과정을 자세히 써라.

5 다음 수 중에서 가장 큰 수를 m , 가장 작은 수를 n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라. [7점]

$$\sqrt{8}, \quad -\sqrt{7}, \quad -3, \quad \sqrt{(-3)^2}, \quad -\sqrt{11}, \quad \sqrt{\frac{9}{2}}$$

풀이

답 _____

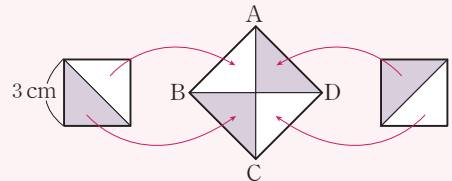
6 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이하의 자연수 중에서 가장 큰 수를 $F(n)$ 이라 할 때, $F(56) - F(25)$ 의 값을 구하여라. [7점]

풀이

답 _____

도전 창의 서술

7 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 두 개를 대각선 방향으로 잘라 이어 붙여서 정사각형 ABCD를 만들었다. 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. [8점]



풀이

답 _____

8 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $\sqrt{36ab}$ 가 자연수가 될 확률을 구하여라. [7점]

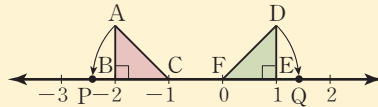
풀이

답 _____

1 무리수를 수직선 위에 나타내기

→ 유형 018

예제 다음 그림과 같이 수직선 위에 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{EF} = 1$ 인 두 직각이등변삼각형 ABC, DEF가 있다. $\overline{AC} = \overline{PC}$, $\overline{FD} = \overline{FQ}$ 가 되도록 점 P(a)와 점 Q(b)를 각각 잡을 때, a+b의 값을 구하여라. [8점]



풀이 step 1 a의 값 구하기 [3점]

▶ 피타고라스 정리에 의해 직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 ___ 이므로 $\overline{AC} = \overline{PC} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$

step 2 b의 값 구하기 [3점]

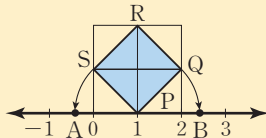
▶ $\overline{FD} = \overline{FQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 $b = \underline{\hspace{2cm}}$

step 3 a+b의 값 구하기 [2점]

▶ $\therefore a+b = \underline{\hspace{2cm}}$

유제 1-1 → 유형 018

다음 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 정사각형 PQRS에서 $\overline{PS} = \overline{PA}$, $\overline{PQ} = \overline{PB}$ 가 되도록 두 점 A, B를 각각 잡을 때, 점 A와 점 B에 대응하는 수의 합을 구하여라. [8점]



풀이

step 1 점 A에 대응하는 수 구하기 [3점]

$\overline{PS} = \overline{PA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 $\underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

step 2 점 B에 대응하는 수 구하기 [3점]

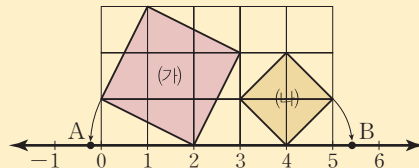
$\overline{PQ} = \overline{PB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 점 B에 대응하는 수는 $\underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

step 3 점 A와 점 B에 대응하는 수의 합 구하기 [2점]

따라서 두 수의 합은 $(\underline{\hspace{2cm}}) + (\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

유제 1-2 → 유형 019

다음 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 \overline{AB} 의 길이를 구하여라. [8점]



풀이

step 1 각 정사각형의 한 변의 길이 구하기 [각 1점]

피타고라스 정리에 의해 (가)는 한 변의 길이가 ___ 인 정사각형이고, (나)는 한 변의 길이가 ___ 인 정사각형이다.

step 2 두 점 A, B의 좌표 구하기 [각 2점]

점 A의 좌표는 A($\underline{\hspace{2cm}}$)

점 B의 좌표는 B($\underline{\hspace{2cm}}$)

step 3 \overline{AB} 의 길이 구하기 [2점]

따라서 \overline{AB} 의 길이는 $(\underline{\hspace{2cm}}) - (\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

2 ✦ 실수의 대소 관계

→ 유형 023

예제 $A=5\sqrt{6}-2, B=2+6\sqrt{3}, C=11$ 일 때, 세 수 A, B, C 사이의 대소 관계를 나타내어라. [8점]

풀이 **step 1** A, C 사이의 대소 관계 나타내기 [3점] $A-C=(5\sqrt{6}-2)-11=$ _____ 이므로
 $A-C$ _____ $0 \quad \therefore A$ _____ C

step 2 B, C 사이의 대소 관계 나타내기 [3점] $B-C=(2+6\sqrt{3})-11=$ _____ 이므로
 $B-C$ _____ $0 \quad \therefore B$ _____ C

step 3 세 수 사이의 대소 관계 나타내기 [2점] 따라서 A _____ C 이고 B _____ C 이므로 _____ < _____ < _____ 이다.

유제 2-1 → 유형 023

다음 수를 큰 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라. [7점]

$$2+\sqrt{10}, \sqrt{10}-4, 3-\sqrt{10}, -1+\sqrt{10}$$

풀이

step 1 양수와 음수 구분하기 [2점]

$2+\sqrt{10}, -1+\sqrt{10}$ 은 _____, $\sqrt{10}-4, 3-\sqrt{10}$ 은 _____ 이다.

step 2 수의 대소 비교하기 [3점]

(i) $(2+\sqrt{10})-(-1+\sqrt{10})=$ _____ 이므로

$$(2+\sqrt{10})-(-1+\sqrt{10})$$

$$\therefore 2+\sqrt{10}$$

(ii) $(\sqrt{10}-4)-(3-\sqrt{10})=$ _____

$$\therefore \sqrt{10}-4$$

$$\therefore \sqrt{10}-4$$

step 3 세 번째에 오는 수 구하기 [2점]

따라서 _____ > _____ > _____ > _____

이므로 세 번째에 오는 수는 _____ 이다.

유제 2-2 → 유형 023

다음 수 중에서 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값을 구하여라. [8점]

$$\sqrt{3}+2, \sqrt{2}+\sqrt{3}, 2+\sqrt{2}$$

풀이

step 1 $\sqrt{3}+2$ 와 $2+\sqrt{2}$ 의 크기 비교하기 [2점]

$$(\sqrt{3}+2)-(2+\sqrt{2})=$$
 _____ 이므로

$$(\sqrt{3}+2)-(2+\sqrt{2})$$

$$\therefore \sqrt{3}+2$$

step 2 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 과 $2+\sqrt{2}$ 의 크기 비교하기 [2점]

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2+\sqrt{2})=$$
 _____ 이므로

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2+\sqrt{2})$$

$$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3}$$

step 3 M, m 의 값 구하기 [각 1점]

가장 큰 수는 _____, 가장 작은 수는 _____ 이므로

$$M=$$
 _____, $m=$ _____

step 4 $M-m$ 의 값 구하기 [2점]

$$\therefore M-m=$$

(1-4) 주어진 단계에 맞게 답안을 작성하여라.

1 다음 중 안에 해당하는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [7점]

실수	유리수	정수	양의 정수(자연수)
			0
<input type="checkbox"/>			음의 정수
			정수가 아닌 유리수

$2 + \sqrt{9}$	$-\sqrt{10} - 1$	$\frac{\pi}{4}$
$\sqrt{(-3.6)^2}$	$\sqrt{0.16}$	$\sqrt{1.7}$

풀이

step1: 안에 해당하는 수 이해하기 [3점]

step2: 안에 해당하는 수의 개수 구하기 [4점]

답 _____

2 $8 - \sqrt{6}$ 과 $\sqrt{6} - 8$ 사이에 있는 정수의 개수를 구하여라. [8점]

풀이

step1: $\sqrt{6}$ 의 범위 구하기 [2점]

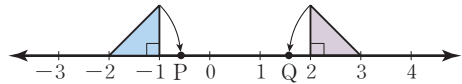
step2: $8 - \sqrt{6}$ 의 범위 구하기 [2점]

step3: $\sqrt{6} - 8$ 의 범위 구하기 [2점]

step4: 정수의 개수 구하기 [2점]

답 _____

3 다음 그림과 같이 수직선 위에 직각을 끼고 있는 두 변의 길이가 1인 두 직각이등변삼각형이 있을 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라. [7점]



풀이

step1: 직각이등변삼각형의 빗변의 길이 구하기 [1점]

step2: 두 점 P, Q의 좌표 구하기 [각 2점]

step3: 두 점 P, Q 사이의 거리 구하기 [2점]

답 _____

4 다음 세 수의 대소 관계를 나타내어라. [6점]

$4 + \sqrt{2}$	6	$3 + 2\sqrt{2}$
----------------	---	-----------------

풀이

step1: $4 + \sqrt{2}$ 와 $3 + 2\sqrt{2}$ 의 크기 비교하기 [2점]

step2: 6과 $3 + 2\sqrt{2}$ 의 크기 비교하기 [2점]

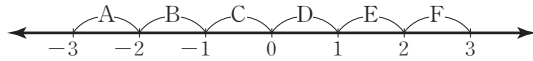
step3: 세 수의 대소 비교하기 [2점]

답 _____



[5-8] 풀이 과정을 자세히 써라.

5 다음 수직선에서 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 있는 구간을 차례로 구하여라. [6점]



풀이

답 _____

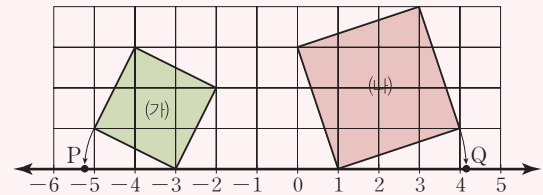
6 $2-\sqrt{13}$ 과 $3+\sqrt{5}$ 사이에 있는 모든 정수의 합을 구하여라. [7점]

풀이

답 _____

도전 창의 서술

7 다음 그림과 같이 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 a , b 라 할 때, $(a+\sqrt{5})^2+(b-1)^2$ 의 값을 구하여라. [8점]



풀이

답 _____

8 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{26}$, 5, $1+\sqrt{28}$ 인 정사각형을 각각 A, B, C라 하자. 이때, 넓이가 가장 작은 정사각형을 구하여라. [6점]

풀이

답 _____

(1-4) 주어진 단계에 맞게 답안을 작성하여라.

1 $\sqrt{2.3}=a, \sqrt{23}=b$ 일 때, $\sqrt{230}+\sqrt{0.0023}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내어라. [7점]

풀이

step 1: $\sqrt{230}, \sqrt{0.0023}$ 을 $\sqrt{2.3}$ 또는 $\sqrt{23}$ 으로 나타내기 [각 3점]

step 2: 주어진 식을 a, b 를 이용하여 나타내기 [1점]

답 _____

2 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$ 을 간단히 하여라. [8점]

풀이

step 1: $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}, \frac{3\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하기 [각 3점]

step 2: 주어진 식을 간단히 하기 [2점]

답 _____

3 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(90)-f(40)$ 의 값을 구하여라. [6점]

풀이

step 1: $f(90)$ 의 값 구하기 [2점]

step 2: $f(40)$ 의 값 구하기 [2점]

step 3: $f(90)-f(40)$ 의 값 구하기 [2점]

답 _____

4 $P=\frac{3}{\sqrt{3}}(\sqrt{12}+4)-a(2+\sqrt{3})$ 이 유리수일 때, P 의 값을 구하여라. (단, a 는 유리수) [7점]

풀이

step 1: P 를 간단히 하기 [3점]

step 2: a 의 값 구하기 [3점]

step 3: P 의 값 구하기 [1점]

답 _____



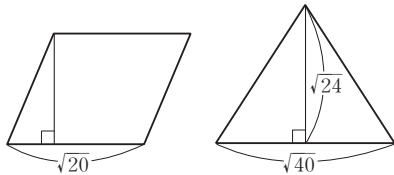
[5-8] 풀이 과정을 자세히 써라.

5 제곱근표에서 $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{5}=2.236$ 일 때, $\sqrt{0.32}+\sqrt{8000}$ 의 값을 구하여라. [8점]

풀이

답 _____

6 다음 그림에서 평행사변형과 삼각형의 넓이가 서로 같을 때, 평행사변형의 높이를 \sqrt{a} 의 꼴로 나타내어라.
(단, a 는 유리수)[7점]

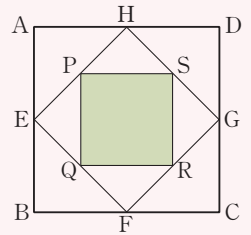


풀이

답 _____

도전 창의 서술

7 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이는 108이다. □ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH를 만들고, □EFGH의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □PQRS의 둘레의 길이를 구하여라. [7점]



풀이

답 _____

8 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2})$, $B(\sqrt{(\sqrt{8}+2)^2})$ 에 대하여 \overline{AB} 의 길이를 구하여라. [7점]

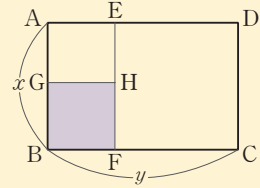
풀이

답 _____

1 곱셈 공식의 활용

→ 유형 049

예제 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 사각형 AGHE와 EFCD는 정사각형이다. $\overline{AB}=x$, $\overline{BC}=y$ 일 때, 직사각형 GBFH의 넓이를 x, y 를 사용하여 나타내어라. [7점]



- 풀이**
- step 1** \overline{BF} 의 길이를 x, y 를 사용하여 나타내기 [2점]
 - ▶ 사각형 EFCD가 정사각형이므로 $\overline{DC} = \overline{ED} = x$
 - 따라서 $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 $\overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - step 2** \overline{BG} 의 길이를 x, y 를 사용하여 나타내기 [2점]
 - ▶ 사각형 AGHE가 정사각형이므로 $\overline{AG} = \overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $\therefore \overline{BG} = \overline{AB} - \overline{AG} = x - (\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - step 3** 직사각형 GBFH의 넓이를 x, y 를 사용하여 나타내기 [3점]
 - ▶ (직사각형 GBFH의 넓이) = $\underline{\hspace{2cm}}$
 - = $\underline{\hspace{2cm}}$

유제 1-1 → 유형 050

$(x-2y+1)(x-2y+2)$ 의 전개식에서 y^2 의 계수를 a , xy 의 계수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [6점]

풀이

step 1 공통부분을 찾아 한 문자로 치환하여 전개하기 [4점]

$$\begin{aligned} & \underline{\hspace{2cm}} = A \text{라 하면} \\ & (x-2y+1)(x-2y+2) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \\ & = A^2 + 3A + 2 \\ & = (x-2y)^2 + 3(x-2y) + 2 \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

step 2 $a+b$ 의 값 구하기 [2점]

$$\begin{aligned} & y^2 \text{의 계수가 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 이므로 } a = \underline{\hspace{2cm}} \\ & xy \text{의 계수가 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 이므로 } b = \underline{\hspace{2cm}} \\ & \therefore a+b = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

유제 1-2 → 유형 051

$(x+2)(x+4)(x-1)(x-3)$
 $= x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 24$
 일 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수) [7점]

풀이

step 1 좌변의 식 변형하기 [2점]

$$\begin{aligned} & (x+2)(x+4)(x-1)(x-3) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \\ & = (x^2+x-2)(x^2+x-12) \end{aligned}$$

step 2 공통부분을 찾아 한 문자로 치환하여 전개하기 [3점]

$$\begin{aligned} & \underline{\hspace{2cm}} = A \text{라 하면} \\ & (x^2+x-2)(x^2+x-12) \\ & = \underline{\hspace{2cm}} = A^2 - 14A + 24 \\ & = (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24 \\ & = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

step 3 $a+b+c$ 의 값 구하기 [2점]

$$\begin{aligned} & \text{따라서 } a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 이므로} \\ & a-b+c = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$



2♦ 곱셈 공식의 변형

→ 유형 055

예제 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [6점]

풀이 **step 1** $x - \frac{1}{x}$ 의 값 구하기 [3점]

▶ $x^2 - 5x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

step 2 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값 구하기 [3점]

▶ _____의 양변을 제곱하면

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

유제 2-1 → 유형 055

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [7점]

풀이

step 1 $x + \frac{1}{x}$ 의 값 구하기 [2점]

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

step 2 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값 구하기 [3점]

_____의 양변을 제곱하면

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

step 3 주어진 식의 값 구하기 [2점]

$$\begin{aligned} \therefore x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

유제 2-2 → 유형 054

$x - y = 2$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라. [6점]

풀이

step 1 xy 의 값 구하기 [3점]

곱셈 공식 $(x - y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 에 $x - y = 2$,
 $x^2 + y^2 = 6$ 을 대입하면

$$\therefore xy = \underline{\hspace{1cm}}$$

step 2 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값 구하기 [3점]

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$